

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Филиал государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Московский энергетический институт
(технический университет)»
в г. Волжском

Кафедра механики и материаловедения

С.В. Кулешина, В.П. Мельников

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Методические указания к выполнению лабораторной работы № 6
по курсу «Физика»

УДК 534.13
ББК 22.3 я 73

Рецензент:

Петухов И.М., канд. техн. наук, доцент кафедры ЭОП
филиала ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском

Изучение колебаний физического и математического маятников: Методические указания к выполнению лабораторной работы № 6 по курсу «Физика» / Сост. Кулешина С.В., Мельников В.П. – Волжский: Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2006. – 9 стр.

При выполнении лабораторной работы студенты изучают колебания оборотного (физического) маятника, выполняют графические построения, определяют ускорения силы тяжести.

Работа предназначена для студентов 1 курса дневной и вечерней форм обучения всех специальностей.

УДК 534.13
ББК 22.3 я 73

© Кулешина С.В., 2006
© Мельников В.П., 2006
© Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)»
в г. Волжском, 2006

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение ускорения силы тяжести с помощью оборотного маятника.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ

Физический маятник – твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно неподвижной оси, не проходящей через его центр масс. Покажем, что, будучи отклоненным на малый угол α и предоставленным самому себе, маятник будет совершать гармонические колебания (силами трения и сопротивления воздуха пренебрегаем). Обозначим через I момент инерции маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса O (рис. 1), ось перпендикулярна плоскости чертежа.

Пусть m – масса колеблющегося тела, l – расстояние от точки подвеса до центра масс C . На отклоненный от положения равновесия маятник действует момент силы тяжести $M = -mgl \cdot \sin \alpha$. Знак «минус» отражает тот факт, что момент силы стремится вернуть маятник в положение равновесия, то есть уменьшить угол α .

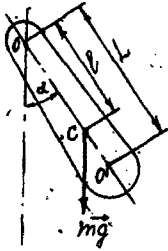


Рис. 1

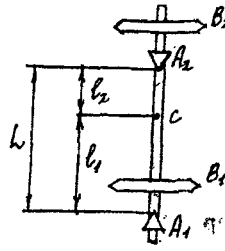


Рис. 2

Таким образом, основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$I \varepsilon = -mgl \cdot \sin \alpha. \quad (1)$$

Пусть угол начального отклонения мал. Тогда можно положить $\sin \alpha \approx \alpha$. Учитывая, что $\varepsilon = \partial^2 \alpha / \partial t^2$ из (1) получим:

$$I \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + mgl \alpha = 0. \quad (2)$$

Частным решением дифференциального уравнения (2) является функция

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega_0 t.$$

Здесь α_0 – начальный угол отклонения, $\omega_0 = \sqrt{mgl/I}$ – собственная частота незатухающих гармонических колебаний. Связь между ω_0 и периодом колебаний T имеет вид $\omega_0 = 2\pi/T$. Таким образом, для периода колебаний получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (3)$$

Математический маятник (идеализированный маятник) – это система, состоящая из невесомой нити, на которой подвешено тело, массу которого можно считать сосредоточенной в одной точке.

Моделью математического маятника является тяжелый шарик массой m , подвешенный к неподвижной опоре так, что центр масс шарика находится на расстоянии L от точки подвеса, причем L намного больше размеров шарика.

Момент инерции математического маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса равен:

$$I = mL^2. \quad (4)$$

С учетом (4) период колебаний математического маятника можно определить как частный случай (3):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (5)$$

Приведенной длиной физического маятника называется длина такого математического маятника, который колеблется синхронно с физическим, то есть имеет равный с ним период колебаний. Для нахождения приведенной длины L приравняем правые части формул (3) и (5):

$$2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

откуда

$$L = \frac{I}{ml}. \quad (6)$$

Согласно теореме Штейнера момент инерции относительно оси, проходящей через точку подвеса O , равен:

$$I = I_c + ml^2,$$

где I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси, проходящей через точку подвеса O ;

l – расстояние от точки подвеса до центра масс.

Следовательно из (6):

$$L = \frac{I_c + ml^2}{ml} = l + \frac{I_c}{ml}.$$

Отсюда видим, что L всегда больше l .

Точка O' на продолжении прямой OC , отстоящая от точки подвеса маятника на расстоянии приведенной длины L , называется *центром качания физического маятника*.

Точка подвеса O маятника и центр качания O' обладают свойством взаимозаменяемости: если точку подвеса перенести в центр качания, то прежняя точка подвеса O станет новым центром качания, а период колебаний физического маятника не изменится.

Моделью физического маятника является оборотный маятник (рис. 2).

С помощью специальных призм A_1 и A_2 маятник может быть подвешен на опору в двух положениях: прямом и перевернутом. Расстояние между призмами равно L . Буквой C обозначено положение центра масс физического маятника.

На стержень маятника насажены массивные диски B_1 и B_2 , которые могут фиксироваться в различных точках стержня.

Запишем соотношение (3) для оборотного маятника, подвешенного на призмах A_1 и A_2 соответственно:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{mgl_1}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{mgl_2}}. \quad (7)$$

Применяя теорему Штейнера, находим:

$$I_1 = I_c + ml_1^2; \quad I_2 = I_c + ml_2^2. \quad (8)$$

Здесь I_c – момент инерции физического маятника относительно оси, проходящей через центр масс.

Находим такое положение груза B_1 при котором $\bar{T}_1 = T_2 = T$, то есть соблюдается условие взаимозаменяемости. В этом случае расстояние $L = l_1 + l_2$ будет являться приведенной длиной оборотного маятника. Из (7) и (8) находим значение периода колебаний T :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad (9)$$

Из (9) находим ускорение силы тяжести:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (10)$$

3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка представлена на рис. 3, *а* и *б*. На вертикальной стойке 1 закреплен кронштейн 2. С одной стороны кронштейна подвешен математический маятник, с другой – физический (оборотный) маятник. Математический маятник представляет собой стальной шарик 3, подвешенный на бифилярном подвесе 4. Длину подвеса можно регулировать с помощью ручки 5. Физический оборотный маятник представляет собой стальной стержень 6 с двумя грузами 7.

Маятник подвешен на кронштейне 2 с помощью опорных призм 8. Грузы и опорные призмы могут перемещаться по всей длине стержня. Стержень имеет проточки, нанесенные через 10 мм. Размеры грузов по высоте равны 20 мм, высота призм тоже 20 мм. Грузы и призмы имеют винты для фиксации на стержне.

Миллиметровая шкала 9 предназначена для определения расстояний между элементами маятника. На нижнем кронштейне 10 смонтирован фотоэлектрический датчик, подающий сигнал окончания счета времени и числа периодов колебаний на цифровой секундомер 11. Кронштейн 10 может перемещаться вдоль стойки.

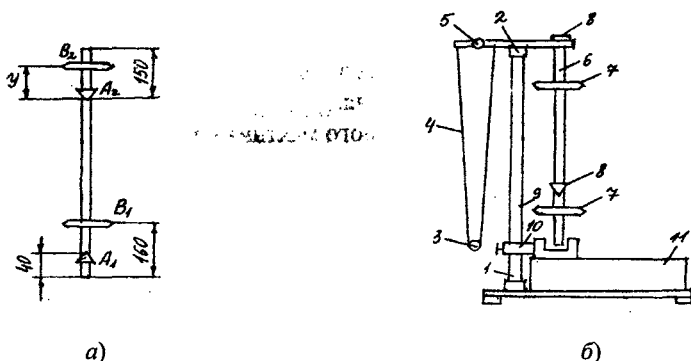


Рис. 3

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подключить установку к сети 220 В.
2. Закрепить призмы A_1 и A_2 и груз B_1 как показано на рис. 3, а. Расстояние между ребрами призм при этом $L = 400$ мм. В дальнейшем положение призм и груза B_1 не меняем. Груз B_2 (помечен краской) закрепить как можно ближе к соответствующей призме. Записать в табл. 1 расстояние u от ребра призмы до центра масс груза.
3. Подвесить оборотный маятник на опорной призме A_2 .
4. Установить кронштейн 10 с фотодатчиком таким образом, чтобы нижний конец стержня маятника при колебаниях пересекал луч фотодатчика.
5. Включить установку, нажав клавишу «Сеть» на лицевой панели секундомера. При этом должны загореться лампочки цифровой индикации секундомера и лампочка фотодатчика.
6. Вывести маятник из положения равновесия, отклонив его на угол $4...6^\circ$. Нажать клавишу «Сброс», при этом лампочки цифровой индикации должны показать нули. Отпустить маятник. При прохождении маятником положения равновесия начнется отсчет времени и числа полных колебаний маятника.
7. Остановить счет после десяти полных колебаний. Для этого следует нажать клавишу «Стоп» в тот момент, когда счетчик числа колебаний покажет число $N - 1 = 9$. В этом случае счет времени прекратится после $N = 10$ полных колебаний. Записать время t' десяти полных колебаний маятника в табл. 1.

8. Перемещая груз B_2 (помечен краской) вверх вдоль стержня с шагом, равным расстоянию между проточками (10 мм), повторить пункты 6-7 столько раз, чтобы груз прошел все возможные положения y от ближайшей к нему призмы до конца стержня (рис. 3, а). При этом значения $y_{\min} = 30$ мм, $y_{\max} = 110$ мм.

9. Снять оборотный маятник с кронштейна, перевернуть его и подвесить на кронштейн с помощью другой призмы.

10. Повторить пункты 4, 6-8. Записать в табл. 1 время τ'' .

11. Сравнивая значения τ' и τ'' , выбрать такое положение груза B_2 , чтобы $\tau' \approx \tau''$. Установить груз B_2 в этом положении (y_0).

12. Установить длину бифилярного подвеса математического маятника равной приведенной длине оборотного маятника $L = 400$ мм.

13. Вывести оба маятника из положения равновесия, одновременно отклонив их на одинаковый угол $4 \dots 6^\circ$ и отпустить. Убедиться, что физический и математический маятники совершают колебания синхронно.

14. Определить время τ_0 десяти полных колебаний маятников, выполнив п. 6-7. Повторить измерения три раза. Результат замера записать в табл. 2.

5. ДАННЫЕ УСТАНОВКИ И ТАБЛИЦЫ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Расстояние между призмами $L = 400$ мм.

y , мм	τ' , с	τ'' , с
30		
...		
110		

y_0 , мм	τ_0 , с

6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. По данным таблицы 1 построить график зависимости $\tau'(y)$ и $\tau''(y)$ в одной системе координат (рис. 4).

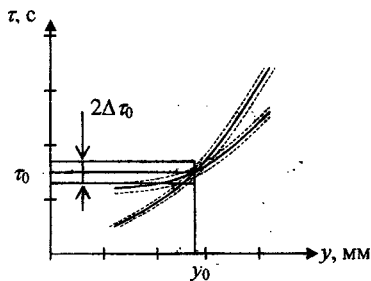


Рис. 4

2. Определить значения τ_0 и y_0 точки пересечения графиков. Значение y_0 дает то положение груза B_2 , при котором периоды колебаний в прямом и перевернутом положениях маятника будут равны. При таком положении груза расстояние между ребрами опорных призм оказывается равным приведенной длине L физического маятника.

3. Рассчитать период колебаний T_0 по формуле $T_0 = \tau_0 / N$. Здесь $N = 10$ – число колебаний.

4. По формуле (10) рассчитать ускорение свободного падения.

5. Используя табл. 2 рассчитать результирующую погрешность $\Delta \tau_0$.

6. Определить погрешность $\Delta \tau_0$ графическим методом (рис. 4).

7. Рассчитать погрешности $\delta_g, \Delta g$ по формулам:

$$\delta_g = \frac{2\Delta \tau_0}{\tau_0}; \quad \Delta g = g \cdot \delta_g,$$

где $\Delta \tau_0$ – наибольшая из погрешностей, определенная математически (п. 5) и графически (п. 6).

8. Записать окончательный результат с учетом погрешности и доверительной вероятности.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются гармоническими?

2. Что называется гармоническим осциллятором, физическим, математическим маятником?

3. Напишите дифференциальное уравнение малых колебаний маятника.

4. Выведите формулы для периодов колебаний физического и математического маятников.

5. Что такое приведенная длина физического маятника?

6. При каком условии периоды колебаний физического оборотного и математического маятников равны?

7. Сформулируйте свойство взаимозаменяемости.

8. Приведите пример практического применения наблюдений за колебаниями физического и математического маятников.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Детлаф А.А.* Курс физики. Т. 1. Механика. Основы молекулярной физики и термодинамики. – М.: Высшая школа. 1973. – С. 153-156.

2. *Трофимова Т.И.* Курс физики: Учебное пособие для вузов. – 5-е издание, стер. – М.: Высшая школа, 1998. – С. 259-261.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Цель работы.....	3
2. Теоретические основы работы.....	3
3. Описание экспериментальной установки.....	5
4. Порядок выполнения работы.....	6
5. Данные установки и таблицы результатов измерений.....	7
6. Обработка результатов измерений.....	7
7. Контрольные вопросы.....	8
Список рекомендуемой литературы.....	8

**Кулешина Светлана Васильевна
Мельников Валентин Петрович**

**ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО
И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ**

Методические указания

Редактор *Халдеева Г.П.*
Компьютерная верстка *Юриной В.В.*

Подписано в печать 20.01.2006. Формат 60×90_{1/16}
Печать ризографическая. Усл. печ. л. 0,6.
Тираж 50 экз. Заказ № 232.

Издатель Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском
404110, г. Волжский, пр. Ленина, 69
Отпечатано Филиал ГОУВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском
404110, г. Волжский, пр. Ленина, 69