

Московский энергетический институт  
/технический университет/  
Волжский филиал

Кафедра общетехнических дисциплин

Лабораторная работа № 5

Изучение крутильных колебаний на унифилярном  
подвесе.

Волжский 2000

## Лабораторная работа № 5.

### Изучение крутильных колебаний на унифилярном подвесе.

#### I. Цель работы.

Определение момента инерции параллелепипеда методом крутильных колебаний.

#### 2. Теоретические основы работы.

Унифилярный подвес /крутильный маятник/ предназначен для изучения динамики крутильных колебаний, определения моментов инерции твердых тел и упругих характеристик материала при кручении.

Крутильный маятник /рис. I/ состоит из рамки, закрепленной на растяжках /тонких упругих проволоках/. В рамке может быть закреплено твердое тело с центром масс, лежащим на оси вращения. Если повернуть рамку на малый угол  $\varphi$  от положения равновесия и отпустить, то она начнет совершать гармонические крутильные колебания.

Движение рамки с телом можно описать, используя основное уравнение вращательного движения твердого тела в проекции на ось вращения.

$$M = J\varepsilon$$

Здесь  $J$  - момент инерции рамки с телом;  $\varepsilon$  - угловое ускорение;  $M$  - момент сил, действующих на рамку, при ее вращении относительно неподвижной оси.

Положим, что сопротивление воздуха при движении рамки мало. Тогда на рамку действуют только моменты упругих сил со стороны растяжек  $l_1$  и  $l_2$ . Основное уравнение вращательного движения в этом случае имеет вид

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M$$

/I/

Здесь  $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ . Отметим, что возникающие при вращении моменты упругих сил таковы, что их действие ведет к уменьшению угла  $\varphi$ .

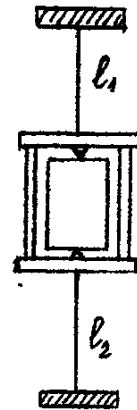


Рис. I.

Для линейно упругого тела момент сил упругости при малых деформациях кручения можно записать в виде

$$M = -k\varphi \quad /2/$$

Здесь  $k$  - постоянная для данной проволоки величина, называемая модулем кручения. Знак "минус" показывает, что моменты сил упругости препятствуют повороту рамки из положения равновесия. Модуль кручения зависит от материала проволоки, от ее геометрических размеров.

Подставим /2/ в /1/, получим

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k\varphi = 0 \quad /3/$$

Уравнение /3/ - дифференциальное уравнение гармонических крутильных колебаний. Его можно записать в виде

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad /4/$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{k}{J}$$

Решением уравнения /4/ является

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega_0 t$$

Таким образом  $\omega_0$  - циклическая частота колебаний, связанная с периодом колебаний соотношением  $\omega_0 = 2\pi/T$ . Отсюда для периода гармонических крутильных колебаний получаем соотношение

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}} \quad /5/$$

Согласно /5/ период колебаний пустой рамки с моментом инерции  $J_0$  равен  $T_0$ , момент инерции рамки с закрепленным в ней параллелепипедом равен  $J_1$ , соответствующий период крутильных колебаний равен  $T_1$ . Из /5/ имеем

$$J_0 = \frac{k T_0^2}{4\pi^2} \quad /6/$$

$$J_1 = \frac{k T_1^2}{4\pi^2} \quad /7/$$

Момент инерции параллелепипеда  $J_{\text{эксп.}}$  определим, вычитая  $J_0$  из  $J_1$ :

$$J_{\text{эксп.}} = J_1 - J_0 = \frac{T_1^2 - T_0^2}{4\pi^2} k \quad /8/$$

Исследуемое тело имеет правильную геометрическую форму: оно представляет собой однородный прямоугольный параллелепипед с массой  $m$  и ребрами  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Момент инерции параллелепипеда, закрепленного так, что одна из граней /со сторонами  $a$  и  $b$ / перпендикулярна оси вращения, проходящей через центр масс, может быть рассчитан по формуле

$$J_{\text{теор.}} = \frac{m}{12} (a^2 + b^2) \quad /9/$$

Значения  $J_{\text{эксп.}}$  и  $J_{\text{теор.}}$  сравниваются между собой.

### 3. Описание экспериментальной установки.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2. На вертикальной стойке I закреплены верхний 2, нижний 3 и средний 4 кронштейны. Между кронштейнами 2 и 3 на тонких проволоках 5 как на растяжках закреплена рамка 6. Исследуемое тело 7 фиксируется внутри рамки с помощью специальных зажимов. На среднем кронштейне 4 размещена шкала 8, электромагнит, фиксирующий рамку в заданном начальном положении, а также фотоэлектрический датчик 9, предназначенный для отсчета времени и числа периодов колебаний. Флажок, установленный на рамке, пересекает световой поток от лампочки к фотодатчику. При этом сигнал с фотодатчика поступает на секундомер 10 с цифровой индикацией, начинается счет времени и числа периодов колебаний. Счет времени и периодов прекращается после нажатия клавиши "Стоп" секундомера и последующего пересечения флажком светового потока. Включение установки осуществляется нажатием клавиши "Сеть" секундомера, а запуск

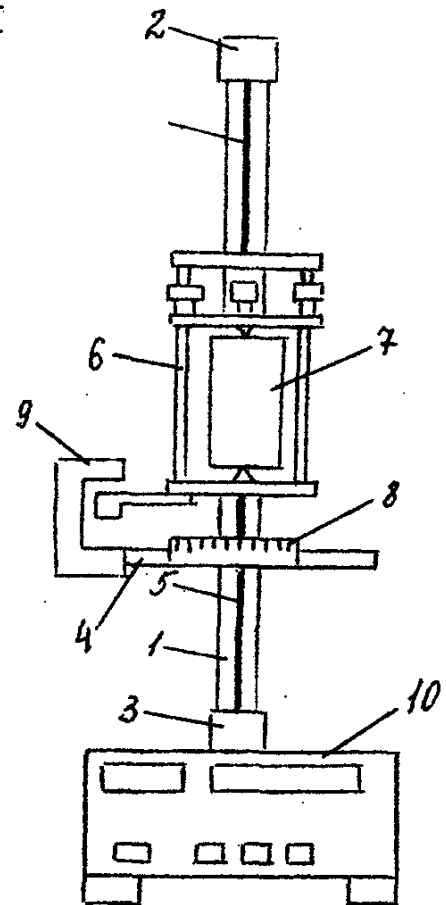


Рис. 2.

системы - нажатием клавиши "Пуск". Предварительно показания времени и периодов устанавливаются на нуль, нажатием клавиши "Сброс". Следует помнить, что, если необходимо измерить время  $N$  полных колебаний, то остановка счета производится нажатием клавиши "Стоп" в тот момент, когда табло "периоды" показывает число  $N-1$ .

#### 4. Порядок выполнения работы.

I. Подключить установку к сети 220 В.

2. Закрепить исследуемый параллелепипед в рамке так, чтобы одна из граней была перпендикулярна оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс. Для этого необходимо произвести следующие действия. Освободить подвижную планку, отвернув зажимные гайки, поднять подвижную планку по направляющим и установить груз на нижней планке рамки. Фиксирующий выступ должен войти в углубление на нижней грани параллелепипеда. Опустить верхнюю подвижную планку по направляющим. Фиксирующий выступ должен войти в углубление на верхней грани. Зажать гайки на направляющих и закрепить груз верхним винтом.

3. Нажать клавишу "Сеть" на панели секундомера. При этом должны загореться лампочки цифровой индикации времени и числа периодов, а также лампочка фотодатчика.

4. Повернуть рамку с грузом на некоторый угол, так, чтобы флажок рамки притянулся электромагнитом. Нажать клавишу "Сброс". При этом на табло "Периоды" и "Время" должны высветиться нули.

5. Произвести запуск, нажав клавишу "Пуск".

6. Остановить счет после десяти полных колебаний. Остановка счета производится нажатием клавиши "Стоп" в тот момент, когда на табло "Периоды" высвечивается цифра 9.

7. Результат измерения времени десяти колебаний  $T_1$  записать в таблицу.

8. Пункты 4-7 повторить не менее пяти раз.

9. Руководствуясь пунктом 2, закрепить параллелепипед в рамке так, чтобы другая грань была перпендикулярна оси вращения. Пункты 4-7 повторить для этого положения не менее пяти раз. Результаты измерения времени  $T_2$  десяти колебаний записать в таблицу.

10. Снять груз с рамки. Повторить пункты 4-7 для колебаний пустой рамки не менее пяти раз. Время  $T_0$  десяти полных колебаний рамки записать в таблицу.

II. Измерить штангенциркулем длины ребер параллелепипеда.

5. Данные установки и таблица результатов измерений.

Масса параллелепипеда I:  $m = 1,9$  кг;

Его размеры:  $50 \times 50 \times 100$ ;

Масса параллелепипеда II:  $m = 1,65$  кг;

Его размеры:  $40 \times 60 \times 100$ ;

Модуль кручения  $k = 12,4 \times 10^{-3}$  Н·м

<i>N</i> замера	$\tau_1, c$	$\tau_2, c$	$\tau_0, c$
Средн.			

6. Обработка результатов измерений.

1. Рассчитать средние значения  $\tau_1, \tau_2, \tau_0$ .

2. Рассчитать периоды колебаний  $T_1, T_2, T_0$  по формуле

$$T = \tau / 10$$

3. По формуле /8/ рассчитать значения моментов инерции параллелепипеда для двух его положений относительно оси вращения.

4. По формуле /9/ рассчитать теоретические значения моментов инерции для двух положений параллелепипеда.

5. Рассчитать <sup>абсолютные</sup> относительные погрешности  $\Delta \tau_1, \Delta \tau_2, \Delta \tau_0$ .

6. Рассчитать погрешность косвенного измерения  $\Delta J_{эксп.}$  по формуле

$$\Delta J_{эксп.} = \frac{k}{2J^2 N} \sqrt{\tau^2 (\Delta \tau)^2 + \tau_0^2 (\Delta \tau_0)^2}$$

для каждого из положений параллелепипеда.

7. Записать результат определения  $J_{эксп.}$  с учетом погрешности и с указанием на доверительную вероятность.

8. Проанализировать полученные результаты. Определить в % на сколько  $J_{эксп.}$  отличается от  $J_{теор.}$  :

$$\frac{J_{эксп.} - J_{теор.}}{J_{теор.}} \cdot 100\%$$

7. Контрольные вопросы.

1. Что называется моментом инерции материальной точки и моментом инерции тела?
2. Что называется моментом силы ?
3. Напишите основное уравнение вращательного движения твердого тела.
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Что означает коэффициент  $k$ , от чего он зависит ?
6. Что такое "крутильный маятник", его назначение и устройство ?
7. Что такое - момент упругих сил ?
8. Какая зависимость между угловыми и линейными ускорениями, скоростями ?

Литература.

1. Детлаф А.А. Курс физики, М., Высшая школа, 2000  
стр. ~~13-15, 47-48, 52-54~~ 76 - 82
2. Трофимова Т.И. Курс физики, М., Высшая школа, 1998, с. 34-35.