

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Филиал государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Московский энергетический институт
(технический университет)»
в г. Волжском

В.Г. Кульков, С.О. Зубович

КУРС ФИЗИКИ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИКОВ

Оптика, квантовая и ядерная физика

Учебное пособие

ВОЛЖСКИЙ 2011

УДК 539.2
ББК 22.3

Рецензенты: *Коротков Л.Н.* доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры физики твердого тела Воронежского государственного технического университета,
Грошев А.И. кандидат техн. наук, зав. каф. промышленной теплоэнергетики филиала ГОУВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Волжском

Кульков В.Г., Зубович С.О.

Курс физики для энергетиков. Оптика, квантовая и ядерная физика: Учебное пособие / Кульков В.Г., Зубович С.О. – Волжский: Филиал «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2011. – 124 с.

В пособии излагается материал, относящийся к третьей части трехсеместрового курса физики, предназначенного для студентов энергетических специальностей. Излагаются вопросы, относящиеся к волновой оптике, тепловому излучению, квантовой механике, теории твердого тела, атомной и ядерной физике, физике элементарных частиц. Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям «Теплоэнергетика» и «Электроэнергетика».

Рекомендовано к использованию в учебном процессе Учебно-методическим советом филиала «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском.

УДК 539.2
ББК 22.3

© В.Г. Кульков, 2011
© С.О. Зубович, 2011
© Филиал «МЭИ (ТУ)»
в г. Волжском, 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1 ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 1.1 Когерентность световых волн.....	5
§ 1.2 Интерференция от двух щелевых источников.....	7
§ 1.3 Интерференция световых лучей в тонких пленках.....	8
§ 1.4 Кольца Ньютона.....	9
§ 1.5 Практическое использование интерференции света.....	10
§ 1.6 Принцип Гюйгенса – Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии.....	11
§ 1.7 Дифракция Фраунгофера на щели.....	13
§ 1.8 Дифракционная решетка.....	14
§ 1.9 Поглощение и рассеяние света.....	15
§ 1.10 Дисперсия света.....	16
§ 1.11 Поляризация света.....	18
§ 1.12 Двойное лучепреломление в кристаллах.....	20
§ 1.13 Искусственная оптическая анизотропия.....	21
§ 1.14 Вращение плоскости поляризации.....	22

Глава 2 ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 2.1 Характеристики теплового излучения.....	23
§ 2.2 Закон Кирхгофа. Абсолютно чёрное тело.....	25
§ 2.3 Формула Кирхгофа-Клаузиуса.....	26
§ 2.4 Закон Стефана–Больцмана.....	26
§ 2.5 Закон смещения Вина.....	27
§ 2.6 Формула Релея – Джинса.....	29
§ 2.7 Формула Планка.....	31
§ 2.8 Фотоэлектрический эффект.....	32
§ 2.9 Эффект Комптона.....	33

Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§ 3.1. Волны де-Бройля.....	36
§ 3.2 Принцип неопределённости.....	37
§ 3.3 Волновая функция.....	37
§ 3.4 Непрерывный спектр.....	39
§ 3.5 Квантовомеханические операторы.....	40
§ 3.6 Сумма и произведение операторов.....	41
§ 3.7 Уравнение Шрёдингера.....	42
§ 3.8 Частица в бесконечно глубокой потенциальной яме.....	43
§ 3.9 Прохождение частицы через барьер.....	44
§ 3.10 Гармонический осциллятор.....	46
§ 3.11 Момент импульса.....	47
§ 3.12 Атом водорода.....	49
§ 3.13 Спектр атома водорода.....	50

§ 3.14 Спин. Тождественность частиц.....	51
§ 3.15 Принцип Паули. Периодическая система элементов.....	52
§ 3.16 Спонтанное и вынужденное излучение.....	53
§ 3.17 Принцип работы лазера.....	53
§ 3.18 Использование лазерного излучения.....	55
§ 3.19 Распределение Ферми и Бозе.....	55
Глава 4. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА	
§ 4.1 Типы связей в твердых телах.....	57
§ 4.2 Уравнение Шредингера для кристалла.....	59
§ 4.3 Приближенные методы решения уравнения Шредингера для кристалла.....	60
§ 4.4 Зонная теория твердых тел.....	62
§ 4.5 Классификация веществ по величине проводимости.....	63
§ 4.6 Квантовая теория свободных электронов.....	64
§ 4.7 Теплоемкость электронного газа.....	66
§ 4.8 Теплоёмкость твёрдых тел. Классическая модель.....	67
§ 4.9 Теплоёмкость твёрдых тел. Модель Эйнштейна.....	68
§ 4.10 Теплоёмкость твёрдых тел. Модель Дебая.....	69
§ 4.11 Тепловое расширение кристаллов.....	71
§ 4.12 Электронно-дырочный (p-n) переход (Контактные явления в полупроводниках).....	72
Глава 5. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА АТОМА, ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ	
§ 5.1 История развития представлений о строении атомов.....	75
§ 5.2 Свойства и строение атомных ядер.....	80
§ 5.3 Ядерные силы.....	85
§ 5.4 Модели атомного ядра.....	86
§ 5.5 Естественная и искусственная радиоактивность.....	87
§ 5.6 Закон радиоактивного распада.....	88
§ 5.7 Виды радиоактивных излучений.....	89
§ 5.8 Ядерные реакции.....	96
§ 5.9 Деление тяжелых ядер.....	99
§ 5.10 Цепная реакция деления.....	102
§ 5.11 Термоядерный синтез.....	104
§ 5.12 Основные свойства элементарных частиц.....	107
§ 5.13 Методы регистрации элементарных частиц.....	111
§ 5.14 Фундаментальные взаимодействия.....	113
§ 5.15 Лептоны.....	116
§ 5.16 Андроны.....	117
§ 5.17 Кварки.....	119
§ 5.18 Переносчики фундаментальных взаимодействий.....	121
§ 5.19 Законы сохранения в микромире.....	122
Список рекомендуемой литературы.....	124

§ 1.1 Когерентность световых волн

При изучении явлений, обусловленных волновой природой света, очень важным является понятие *когерентности волн* – согласованности протекания во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Когерентные волны являются монохроматическими, то есть имеют строго постоянную одинаковую частоту. Реальные световые волны, испускаемые обычными источниками света, не являются когерентными. Причины этого заключаются в следующем.

1. Излучение света осуществляются отдельными атомами, которые переходят из возбужденного состояния в основное. Время такого перехода $\tau \sim 10^{-8}$ с. Излученная за это время волна, которая называется *цугом*, имеет протяженность $\Delta x \sim c\tau < 1$ м. Здесь c – скорость света в вакууме.

2. Реальную излучаемую источником волну можно представить в виде *цуга* – волнового пакета, в котором присутствуют колебания с частотами, распределенными в интервале $\Delta\omega$: $(\omega - \Delta\omega/2, \omega + \Delta\omega/2)$. Частота волны ω является средней частотой из этого интервала. Ширина интервала связана с длительностью излучения $\Delta\omega \sim \tau^{-1}$. Суперпозиция колебаний различных частот приводит к тому, что амплитуда волны в *цуге* непостоянна и уменьшается на его границах, то есть его протяженность конечна, в отличие от истинно монохроматической волны, имеющей бесконечную протяженность. Отдельный *цуг* не является монохроматичным. Ему соответствует некоторый интервал частот, т. е. $\Delta\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$.

3. Поляризация и разность фаз отдельных *цугов*, излученных одним и тем же или разными атомами, является величиной случайной. При наложении *цугов* все направления поляризации и значения разности фаз равновероятны (естественный свет).

4. Любой регистрирующий прибор имеет время инерционности, которое значительно больше длительности одного *цуга*. Поэтому прибор регистрирует огромное число *цугов*, некогерентных и никак не коррелированных между собой.

Различают два вида когерентности – временную и пространственную.

Временная когерентность относится к колебаниям в одной и той же точке в различные моменты времени. Вследствие ограниченности в пространстве одного *цуга*, а также непостоянства амплитуды каждому *цугу* со-

ответствует пакет волн некоторой ширины. Это приводит к изменению фазы колебаний волны в цуге. Промежуток времени τ , в течение которого разность фаз колебаний, соответствующих волнам с граничными из интервала частотами, изменяется на 2π , называется временем когерентности. Расстояние, на которое за это время распространяется волна, называется длиной когерентности $\Delta x \sim c\tau$.

Пространственная когерентность относится к колебаниям в один и тот же момент в различных точках пространства. Колебания в двух точках плоскости, перпендикулярной направлению распространению волны (волновой поверхности) истинно монохроматической волны происходят в одной фазе. В реальной волне соответствующие фазы меняются. Расстояние l_k между двумя такими точками, случайные изменения разности фаз в которых достигают значения π , называется длиной пространственной когерентности.

Методы получения когерентных световых волн.

Для получения когерентных волн используется один источник, волны которого сначала разделяются в пространстве, проходят различные оптические пути, а затем для получения интерференционной картины накладываются. Таким образом происходит интерференция одних и тех же цугов. Разность хода таких лучей не должна превышать длины когерентности.

1. *Метод зеркал Френеля.* Свет от источника S направляется на два зеркала, развернутых друг относительно друга на малый угол α . За зеркалами возникают два мнимых изображения источника S_1 и S_2 . Такие источники когерентны, поскольку являются изображениями одного реального источника. Последний может быть точечным или щелевым. Картины наложения когерентных волн можно наблюдать на экране K (рис 1.1. а).

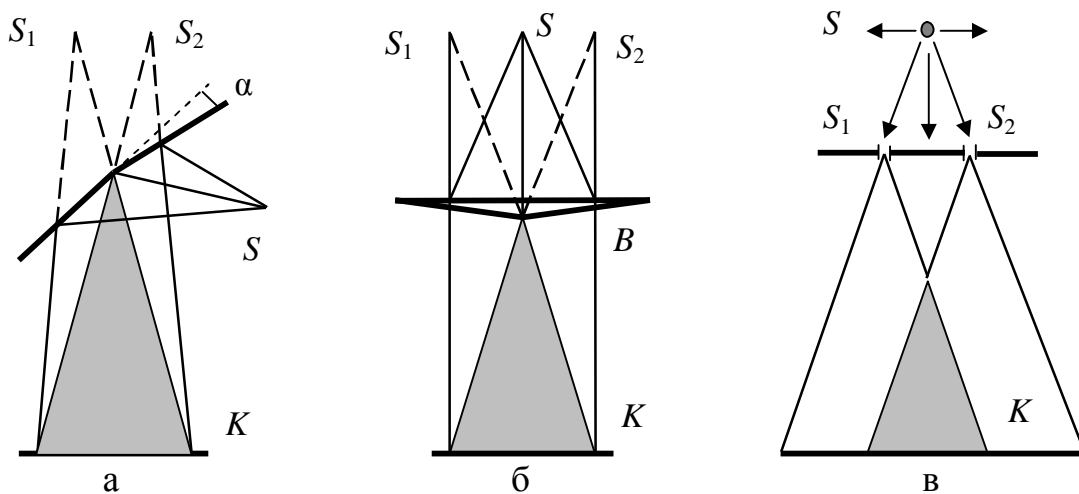


Рис 1.1

2. *Метод бипризмы Френеля.* Свет проходит через преломляющую бипризму так, что перед ней возникают два мнимых источника (рис. 1.1. б).

3. *Метод Юнга.* Щелевой источник помещается перед непрозрачной преградой с двумя открытыми щелями, которые являются вторичными ис-

точниками (рис. 1.1. в). Во всех случаях зона перекрытия когерентных волн затухает на рисунках.

Существуют источники света, генерирующие волны очень высокой степени когерентности с длиной когерентности в тысячи километров. Ими являются лазеры.

§ 1.2 Интерференция от двух щелевых источников

Интерференцией называется устойчивое во времени пространственное перераспределение интенсивности световых волн при их взаимном наложении.

Во всех случаях интерференции увеличение интенсивности двух волн происходит, если они приходят в данную точку в фазе, уменьшение – если в противофазе. Поэтому оптическая разность хода лучей Δ связана с длиной волны определенными соотношениями. Для волн, распространяющихся в вакууме, они имеют вид:

$$\Delta = \begin{cases} 2m\lambda_0/2 & \text{max} \\ (2m+1)\lambda_0/2 & \text{min} \end{cases}, \quad (1.1)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Для разности фаз волн это соотношение имеет вид:

$$\Delta\varphi = \begin{cases} 2m\pi & \text{max} \\ (2m+1)\pi & \text{min} \end{cases}. \quad (1.2)$$

Пусть каждая волна характеризуется значением некоторой физической

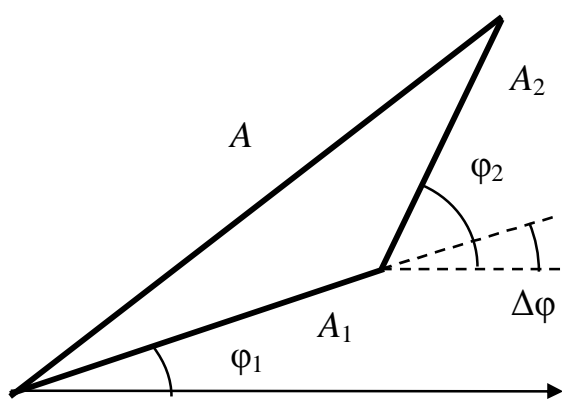


Рис. 1.2

величины, зависящей от времени и координаты как $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Изобразим соответствующие колебания на векторной диаграмме (рис. 1.2), из которой, используя теорему косинусов, можно получить:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Под величиной A – амплитудой колебаний – можно понимать, например, световой вектор – вектор напряженности электромагнитной волны \vec{E} .

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim E^2$. Тогда

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.3)$$

Разность фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ в различных точках пространства принимает разные значения и знаки. Следовательно, интенсивность результирующих

волн будет различной и изменяться в пределах $I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}$. Если интенсивности налагаемых волн равны, то в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах $I = 0$. В случае отсутствия интерференции (некогерентные волны) последнее слагаемое в (1.3) очень быстро осциллирует со временем, так что среднее его значение равно нулю. В этом случае $I = I_1 + I_2$. Результирующая интенсивность равна сумме исходных интенсивностей, что всегда и происходит с обычными источниками света.

Рассмотрим возникновение интерференционной картины от двух когерентных щелевых источников S_1 и S_2 в точке с координатой x (рис. 1.3).

Справедливы соотношения: $r_1^2 - r_2^2 = \left[l^2 + \left(x + \frac{d}{2} \right)^2 \right] - \left[l^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2 \right] = 2dx$

или

$$r_1 - r_2 = \frac{2dx}{r_1 + r_2} \approx \frac{dx}{l}. \quad (1.4)$$

Последнее равенство записано для небольших значений угла отклонения лучей от нормали к экрану. Используя (1.1), получаем положения интерференционных максимумов и минимумов:

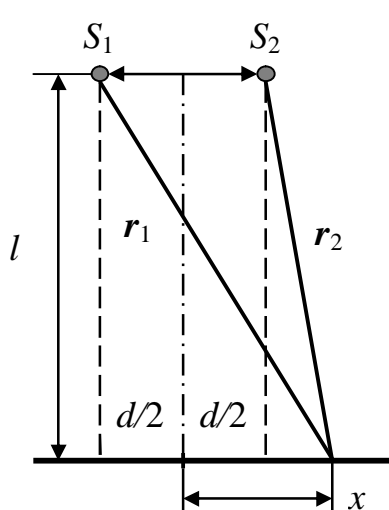


Рис. 1.3

$$\begin{aligned} x_{\max} &= \pm \frac{m l \lambda_0}{d} \\ x_{\min} &= \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{l \lambda_0}{d} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Ширина интерференционной полосы – расстояние между соседними минимумами – равна

$$\Delta x = l \lambda_0 / d. \quad (1.6)$$

Из этой формулы, например, можно экспериментально определить длину волны монохроматического света. Если падающий свет состоит из смеси волн различных частот, то для каждой из них координаты максимумов кроме нулевого (центрального) будут разными. В этом случае интерференционная картина приобретает окраску.

§ 1.3 Интерференция световых лучей в тонких пленках.

Падение луча света на тонкую прозрачную пластинку или пленку приводит к возникновению нескольких лучей, часть из которых прошла через пленку, другая отразилась от двух ее поверхностей. Если толщина пленки меньше длины когерентности световых волн, то такие лучи могут интерферировать между собой.

Рассчитаем Δ – разность оптических длин хода лучей 1 и 2, отражен-

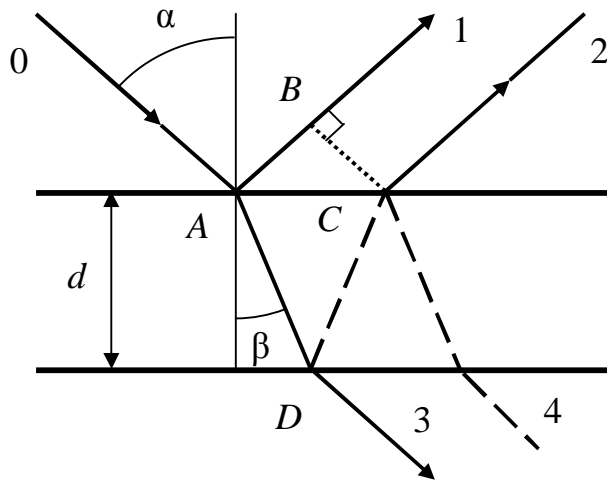


Рис 1.4

ных от верхней и нижней поверхностей пластинки и образующих интерференционную картину (рис. 1.4). Считаем показатели преломления вещества пластинки и среды, в которой она находится, равными n_2 и n_1 ($n_2 > n_1$). При расчете учтем, что отражение световой волны от оптически более плотной (с бóльшим показателем преломления) среды приводит к переворачиванию фазы, то есть потере в оптической длине пути половины длины волны. Оптическая

длина пути определяется произведением геометрической длины хода на показатель преломления среды, в которой распространяется луч.

Как видно из рис. 1.4, $\Delta = n_2(|AD| + |DC|) - (n_1|AB| - \lambda/2)$. Кроме того, $|AD| = |DC| = d/\cos\beta$, $|AB| = 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha$, $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$. Тогда $\Delta = 2dn_2 \cos\beta + \lambda/2$. Условия интерференции с учетом (1.1) принимают вид:

$$\begin{aligned} 2dn_2 \cos\beta &= (2m + 1)\lambda/2 & - \text{max} \\ 2dn_2 \cos\beta &= m\lambda & - \text{min} \end{aligned} \quad (1.7)$$

В проходящем через пластинку свете интерферируют лучи 3 и 4. При этом отражения от оптически более плотной среды не происходит. Это значит, что потерь полуволн в этом случае нет. Поэтому условия максимумов и минимумов по сравнению с (1.7) меняются местами. Это соответствует закону сохранения энергии. Энергия не теряется, а лишь перераспределяется между отраженными и проходящими лучами.

§ 1.4 Кольца Ньютона.

Интересный случай интерференции световых лучей в тонком воздушном слое имеет место при наблюдении так называемых колец Ньютона. Воздушный зазор образуется между соприкасающимися сферической поверхностью линзы и пло-

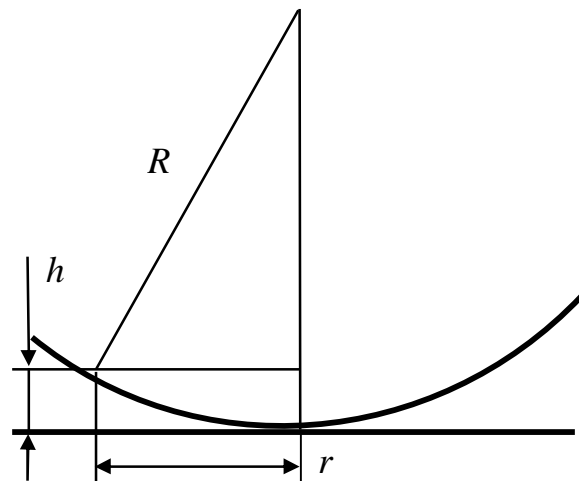


Рис 1.5

ской прозрачной пластиной (рис. 1.5).

Пусть на линзу сверху на рис. 1.5 падает параллельный световой пучок. Оптическая разность хода отраженных от сферической и плоской поверхностей лучей определяется толщиной h воздушного зазора: $\Delta = 2h + \lambda/2$. Как видно из рисунка,

$$R^2 = (R - h)^2 + r^2, \quad (1.8)$$

где R – радиус кривизны поверхности линзы, r – радиус кольца. Для наблюдения колец обычно используют линзы с радиусом кривизны R порядка метра и более, толщина зазора h – доли миллиметра. Поэтому $h/R \ll 1$. С учетом этого из (1.8) получаем: $\Delta = 2h + \lambda/2 = r^2/R + \lambda/2$. Используя условия максимумов и минимумов (1.1), получаем выражения для радиусов светлых и темных колец:

$$r_{св} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}(2m - 1)}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (1.9)$$

$$r_{тем} = \sqrt{\lambda R m}$$

В проходящем через систему свете эти условия меняются местами.

§ 1.5 Практическое использование интерференции света

1. *Интерферометры.* Использование интерференции света позволяет при помощи специальных приборов, называемых интерферометрами, измерять расстояния или длины предметов (в том числе при их тепловом расширении), показатели преломления веществ с очень высокой точностью.

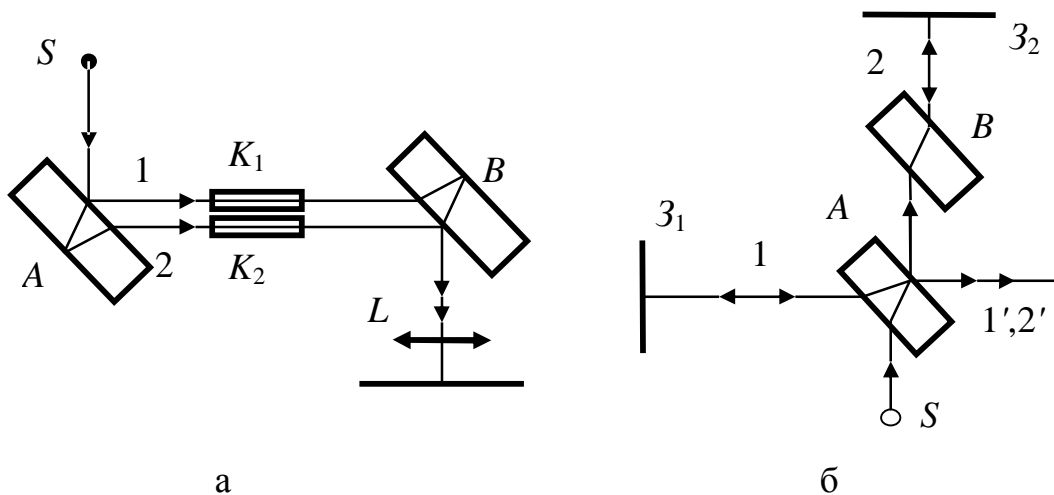


Рис. 1.6.

На рис. 1.6,а изображен *интерферометр Жамена*. Узкий пучок света от источника S падает под углами, близкими к 45° , на пластинку A , изготовленную из стекла или кварца толщиной более 20 мм. После отражения от двух ее поверхностей формируются два когерентных луча 1 и 2. После прохождения

пластинки B лучи проходят через собирающую линзу L и попадают на экран. На нем возникают интерференционные полосы равного наклона. Если на пути лучей 1 и 2 поместить кюветы с различными газами, то можно по смещению полос на экране измерять разность показателей преломления этих газов. Чувствительность прибора очень высока и позволяет измерять зависимость показателя преломления газа от температуры.

На рис. 1.6,б изображен *интерферометр Майкельсона*. Пластинка A формирует два луча – 1 и 2, которые отражаются от зеркал Z_1 и Z_2 . Лучи после отражения от посеребренной поверхности пластины образуют когерентные лучи 1' и 2'. Поскольку луч 1 проходит прозрачную пластинку дважды, на пути луча 2 также устанавливается такая же пластинка, компенсирующая возникающую разность хода лучей. На интерференционную картину, наблюдаемую на экране, оказывает изменение расстояния до зеркала, изменение показателя преломления среды на пути одного из лучей и т.д. С помощью этого прибора впервые было проведено систематическое изучение тонкой структуры спектральных линий и выполнено прямое сравнение эталонного метра с длиной световой волны. С его помощью был выполнен знаменитый опыт Майкельсона – Морли по измерению скорости движения Земли относительно эфира.

2. *Интерференция в тонких пленках*. Это явление используется для изготовления так называемой просветленной оптики. Дело в том, что прохождение света через линзы сопровождается отражением примерно 4% падающей интенсивности света. Современные качественные объективы состоят из нескольких линз. Прохождение светового луча через такую оптическую систему приводит к значительному падению его интенсивности. Для уменьшения такого эффекта на поверхность линз наносят слой прозрачного вещества с показателем преломления, равным корню квадратному из показателя преломления линзы. Его толщина такова, что в отраженном свете наблюдается интерференционный минимум для средней части видимого света. Это означает, что этот участок спектра с меньшими потерями проходит через линзу. Просветленные линзы внешне кажутся окрашенными в красно-фиолетовый цвет, так как для этих цветов условие интерференционных минимумов отражения не выполнено.

Кольца Ньютона используются для контроля качества линз при их изготовлении. У линз с искаженной поверхностью кольца не являются окружностями.

§ 1.6 Принцип Гюйгенса – Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Дифракцией световых волн называется любое отклонение их распространения от прямолинейного, не обусловленное законами геометрической оптики, т.е. отражения и преломления. Дифракцию света в большинстве случаев можно объяснить с помощью *принципа Гюйгенса – Френеля*. Если ок-

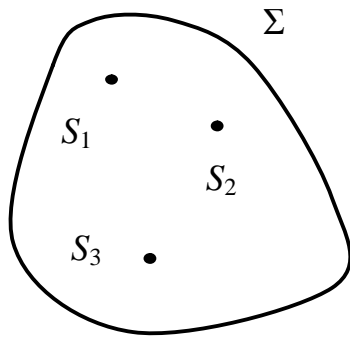


Рис. 1.7

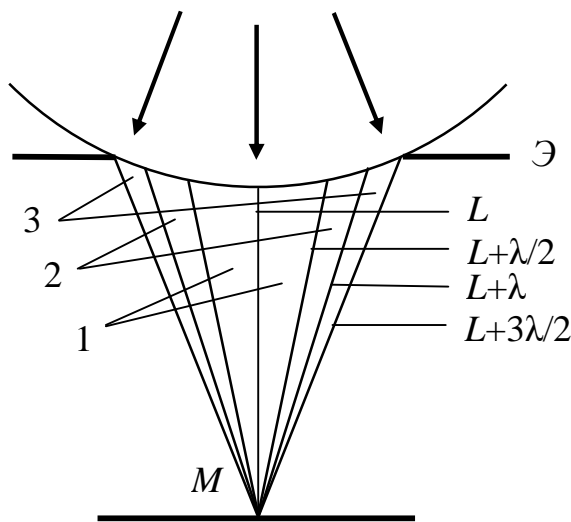


Рис. 1.8

ружить все источники света S_1, S_2, \dots некоторой произвольной замкнутой поверхностью Σ (рис. 1.7), то каждую точку этой поверхности можно рассматривать как источник вторичных когерентных волн, которые распространяются во всех направлениях. Распределение интенсивности, которое формируется при интерференции таких волн в пространстве вне поверхности Σ , совпадает с действительным распределением интенсивности света. На практике удобно в качестве такой поверхности выбирать волновой фронт, потому что в этом случае все вторичные источники работают синфазно.

Расчет реальной дифракционной картины в общем случае весьма сложен. В некоторых случаях можно воспользоваться приближенным методом, называемым методом зон Френеля. Его основную идею можно понять, рассмотрев дифракцию расходящихся лучей на круглом отверстии (рис. 1.8). Волновой поверхностью является сегмент сферы, опи-

рающийся на края отверстия. Для того, чтобы найти амплитуду волны в точке M , находящейся точно напротив центра отверстия, выполним следующие построения. Обозначим через L расстояние от M до ближайшей точки сферической волновой поверхности. Из точки M как из центра проведем несколько сфер с радиусами $L, L+\lambda/2, L+\lambda, L+3\lambda/2$ и т.д. В пересечении с волновой поверхностью они дадут окружности, так что вся она разделится на ряд кольцевых областей, называемых зонами Френеля. Они нумеруются как первая, вторая и т.д. Особенностью их является то, что любой точке из какой-либо области соответствует другая точка из соседней области, колеблющаяся в противофазе к ней, так как длина хода лучей для них различается на половину волны. Амплитуду результирующего колебания можно представить в виде суммы $A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots$. Здесь слагаемые соответствуют зонам с тем же номером. Можно показать, что в этой сумме каждое последующее слагаемое меньше предыдущего. Это объясняется тем, что последующие зоны видны в точке M под изменяющимся углом. Приближенно можно считать, что $A_k = 1/2(A_{k-1} + A_{k+1})$. Тогда, если на отверстии умещается m зон, приведенную

выше сумму можно представить в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \mathbf{K} \pm A_m. \quad (1.10)$$

В последнем слагаемом для нечетного m берется знак плюс и для четного – минус. Слагаемые в скобках в силу приведенного выше соотношения для амплитуд дают нуль. Тогда $A = (A_1 \pm A_m)/2$. Таким образом, если на щели помещается четное количество зон Френеля, в точке M возникает минимум, нечетное количество – максимум.

Если на пути расходящегося пучка находится непрозрачный диск, то наблюдается обратная картина. Диск закрывает первые m зон, так что открытыми остаются зоны с номерами от $m+1$ до бесконечности. Выражение, подобное (1.10), в этом случае имеет вид:

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \left(\frac{A_{m+3}}{2} - A_{m+4} + \frac{A_{m+5}}{2} \right) + \mathbf{K}. \quad (1.11)$$

Все скобки обращаются в нуль и тогда $A = A_{m+1}/2$. Это означает, что в точке прямо напротив центра круга всегда наблюдается дифракционный максимум. Его интенсивность быстро уменьшается при увеличении размеров диска, что приводит к тому, что за ним наблюдается более или менее резкая тень.

§ 1.7 Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим явление дифракции параллельного пучка света, падающего нормально на непрозрачную преграду с длинной прозрачной щелью в ней (рис. 1.9). Волновой фронт, расположенный в плоскости щели, содержит источники вторичных волн. Лучи от них распространяются в различных направлениях. Рассмотрим параллельные лучи, идущие под углом φ к нормали. Все они соберутся в точке M на экране. Разность хода крайних лучей равна $\Delta = a \sin \varphi$, где a – ширина щели. Проведем серию параллельных лучей так, чтобы разность хода для двух соседних из них равнялась половине длины волны. Они делят площадь щели на зоны Френеля. Колебания светового вектора точек из соседних зон происходят в противофазе. В зависимости от того, сколько зон помещается на площади щели, в точке M будет максимум

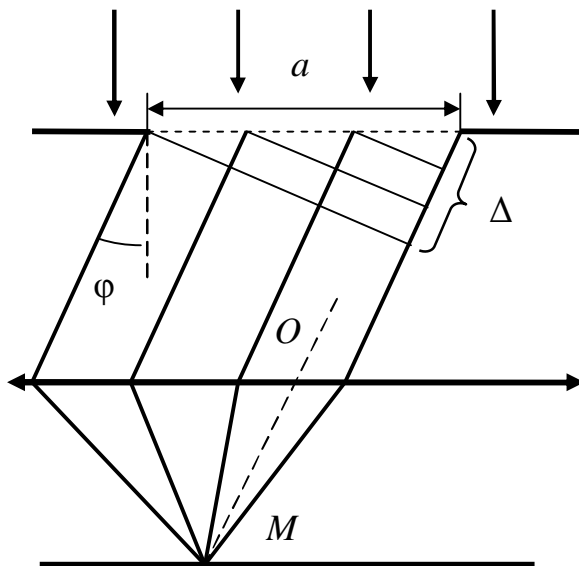


Рис. 1.9.

или минимум. При четном числе зон наблюдается минимум, при нечетном – максимум. Это можно записать в виде:

$$a \sin \varphi = \begin{cases} (2m + 1) \frac{\lambda}{2} & \text{max} \\ m\lambda & \text{min} \end{cases} \quad (1.12)$$

Во всех случаях дифракции при освещении отверстия или щели белым светом, представляющим смесь волн различных длин, положения максимумов для различных волн, кроме центрального, не совпадают. Это приводит к окраске дифракционной картины в радужные цвета.

§ 1.8 Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляет собой множество равноудаленных параллельных щелей равной ширины. В современных решетках число щелей на миллиметр N достигает 5-6 тысяч. На рис. 1.10 показаны две из них. Ширина щели – a , расстояние между эквивалентными точками, такими как 1 и 1', 2 и 2' называется периодом решетки d . Условия дифракции на каждой щели (1.12) дополняются условиями интерференции волн от различных щелей. Между двумя соседними главными максимумами расположены $N - 1$ дополнительных минимумов, обусловленных наложением волн от разных щелей. Поэтому главные максимумы являются узкими, они разделены протяженными темными областями (рис. 1.11).

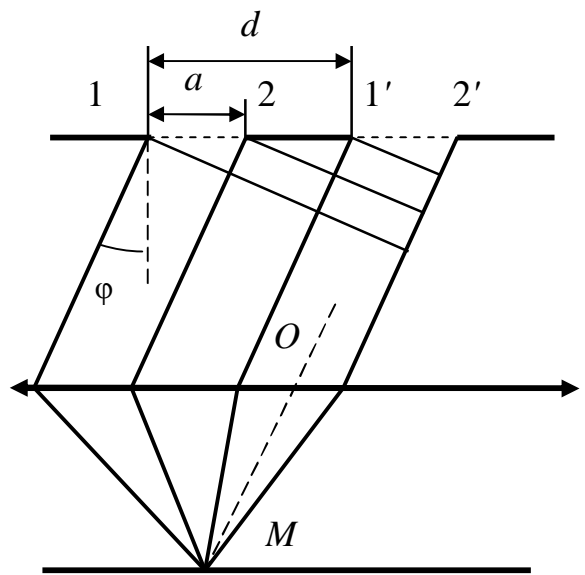


Рис. 1.10

Условия дифракции имеют вид:

$$\begin{aligned} a \sin \varphi &= (m + 1)\lambda && \text{главные минимумы} \\ d \sin \varphi &= \pm \frac{k\lambda}{N} && \text{дополнительные минимумы} \\ d \sin \varphi &= m\lambda && \text{главные максимумы} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Здесь $m = 0, 1, 2, \dots, k = 1, 2, \mathbf{K} N - 1, N + 1, \mathbf{K} 2N - 1, 2N + 1, \mathbf{K}$.

Дифракционные решетки используются для спектрального анализа излучения как в видимой части спектра, так и в других диапазонах. Кроме описанной одномерной решетки (параллельные линии) используются двумерные (две перпендикулярные системы параллельных линий) и трехмерные (три таких системы). В последнем случае дифракция может быть осуществлена на

кристаллической решетке, которая образована параллельными атомными рядами или системами параллельных плотноупакованных атомных плоскостей (рис. 2.12). Расстояние между такими плоскостями порядка единиц Ангстрем (10^{-10} м), поэтому дифракция на кристаллах осуществляется в рентгеновском диапазоне волн.

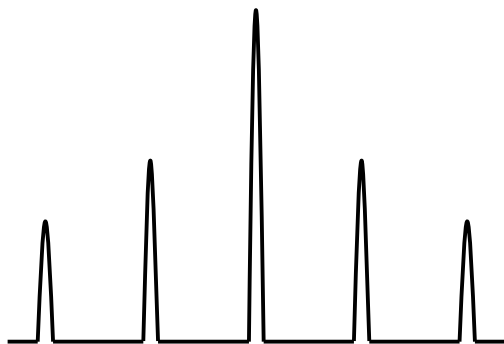


Рис. 1.11

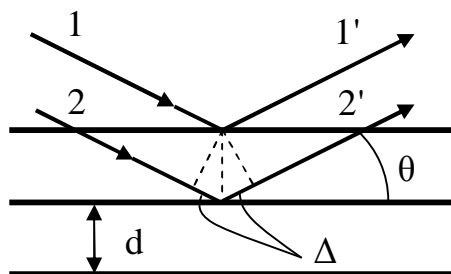


Рис. 1.12

В этом случае используют формулы Вульфа-Бреггов для дифракционных максимумов:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (1.14)$$

где θ – угол скольжения лучей.

Дифракцию на кристаллических решетках используют для изучения атомного строения кристаллов различных веществ, а также для спектрального анализа рентгеновского излучения. Формула (1.14) используется также и при дифракции электронов и нейтронов, поскольку они также проявляют волновые свойства.

§ 1.9 Поглощение и рассеяние света

Свет, представляющий собой электромагнитные волны, проходя в среде, взаимодействует с ее структурными элементами. При этом его интенсивность уменьшается. В этом случае говорят о *поглощении света* средой. Для интенсивности света I , прошедшего в среде расстояние x , справедлив закон Бугера-Ламберта:

$$I = I_0 \exp(-\alpha x), \quad (1.15)$$

где I_0 – начальная интенсивность, α – коэффициент поглощения.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны излучения, он различен для различных веществ. Одноатомные газы поглощают в очень узких спектральных областях. Спектр поглощения для них имеет линейчатый характер. Многоатомные газы характеризуются полосчатым спектром поглощения, ширина полос на 2-3 порядка больше, чем у одноатомных газов. Твердые диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Металлы имеют

очень большие значения коэффициентов поглощения, поэтому они всегда непрозрачны для света. Чем выше проводимость металла, тем больше значение его коэффициента поглощения. Зависимость коэффициента поглощения от длины волны (селективное поглощение) используется для изготовления светофильтров. Они представляют собой прозрачные пластинки, включающие в состав вещества, поглощающие определенный диапазон. На просвет светофильтры кажутся окрашенными в цвет, дополнительный к поглощаемому. Светофильтры используются в фото- и киносъемке, в спектральных исследованиях и т.д.

Рассеянием света называется явление изменения направления света, сопровождающееся несобственным свечением прозрачного вещества, через которое свет проходит. Рассеяние возникает в оптически неоднородных средах – аэрозолях, эмульсиях, суспензиях и т.д. Свет, распространяясь в веществе, вызывает вынужденные колебания электронов в атомах и молекулах. Они являются источниками вторичных волн. В зависимости от структуры вещества наложение таких волн может приводить к рассеянию света.

Рассеяние света в таких средах, где размеры неоднородностей малы по сравнению с длиной волны, сопровождается изменением спектрального состава. Дело в том, что система электронов, вынужденно колеблющихся в пределах неоднородности, подобна диполю. Интенсивность излучаемого им света пропорциональна четвертой степени частоты. Поэтому справедлив закон Рэлея для интенсивности рассеянного света: $I \sim \omega^4$. Свет, рассеянный под прямым углом к направлению падающего луча, полностью поляризован с направлением электрического вектора вдоль нормали к плоскости, в которой лежат лучи. Рассеяние света может наблюдаться и в полностью прозрачных средах, например в чистых газах или жидкостях. Это связано с тем, что при отличных от абсолютного нуля температурах в этих средах постоянно происходят флуктуации плотности с изменяющимся показателем преломления, играющие ту же роль, что и неоднородности. Рассеянием света объясняется красно-оранжевый цвет солнца на восходе и закате, а также голубой цвет рассеянных в небе солнечных лучей. Наибольшие флуктуации плотности возникают в критическом состоянии вещества, когда газ и жидкость неразличимы. Даже тонкий слой вещества в этом случае полностью рассеивает падающий свет. Такое рассеяние называется *критической опалесценцией*.

§ 1.10 Дисперсия света

Дисперсией называется зависимость показателя преломления n вещества от частоты световой волны ω . Это означает, что и скорость света в среде зависит от частоты. Вследствие дисперсии пучок света, проходящий через призму, разлагается в спектр.

Дисперсией вещества называется величина $D_\omega = \frac{dn}{d\omega}$. У большинства веществ показатель преломления увеличивается с ростом частоты волны. В

этом случае D_ω положительна, и дисперсия называется *нормальной*. Вблизи линий поглощения знак D_ω становится отрицательной, и дисперсия называется *аномальной*.

Как известно групповая скорость волнового пакета $v_{gp} = d\omega/dk$. Подставив соотношения $\omega = 2\pi\nu$, $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu n/c$, после взятия производной получаем:

$$v_{gp} = \frac{c}{n + \nu(dn/d\nu)} = \frac{v}{1 + (2\pi\nu D_\omega/n)}. \quad (1.16)$$

При нормальной дисперсии групповая скорость меньше фазовой. При аномальной дисперсии значение групповой скорости может оказаться больше скорости света в вакууме. Это не должно вызывать удивления, ибо передача сигнала осуществляется фазовой скоростью. Групповая скорость относится к распространению сигнала в виде достаточно узкого волнового пакета. Вблизи области аномальной дисперсии групповая скорость не совпадает со скоростью сигнала вследствие быстрого “размытия” волнового пакета.

Электронная теория дисперсии рассматривает вынужденные колебания под действием волны электронов в атомах, для которых можно записать дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + 2\beta \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \omega_0^2 \mathbf{r} = -\frac{e}{m} \mathbf{E}_0 \cos(\omega t). \quad (1.17)$$

Здесь β – коэффициент затухания, e , m – заряд и масса электрона, E_0 – амплитуда напряженности электрического поля. Решением этого уравнения, как уже рассматривалось ранее, является функция

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.18)$$

$$\mathbf{r}_0 = -\frac{eE_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad \text{tg}\varphi_0 = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

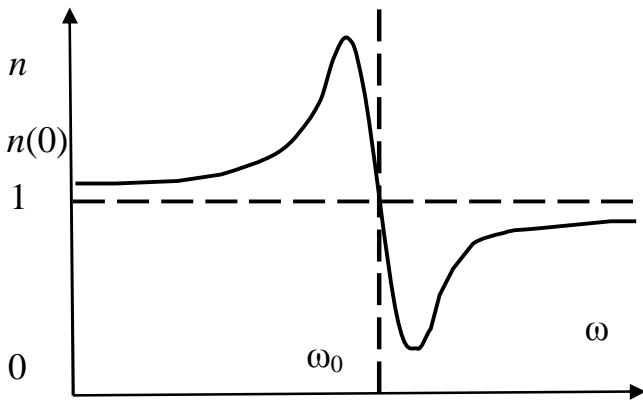


Рис. 1.13

Пусть для простоты атом содержит лишь один наиболее удаленный от ядра электрон, называемый оптическим. В электрическом поле волны происходит смещение электрона, при этом возникает дипольный момент атома, а также и поляризованность диэлектрика $\mathbf{p} = -ne\mathbf{r}$. С другой стороны, известна связь между поляризованностью и напряженностью элек-

трического поля $\vec{p} = \chi \epsilon_0 \dot{\vec{E}}$. Диэлектрическая восприимчивость связана с показателем преломления $\chi = n - 1$. Эти соотношения рассматривались в разделе электродинамики. Можно найти из приведенных выше выражений зависимость $n(\omega)$. Соответствующий график показан на рис. 1.13. Вблизи значения частоты ω_0 имеется область аномальной дисперсии. Как следует из формул (1.14) здесь имеется также значительное поглощение. При прохождении света через газообразное вещество имеется целый ряд частот поглощения, поэтому кривая, подобная изображенной на рис. 1.13, имеет множество областей аномальной дисперсии. В конденсированных системах ситуация сложнее и такие области имеют иную протяженность.

§ 1.11 Поляризация света

Поляризованным называется свет, у которого колебания электрического вектора каким-либо образом упорядочены. Свет называется *естественным*, если колебания электрического вектора никак не упорядочены. Различают следующие виды поляризации.

1. Линейно поляризованный (плоско поляризованный) свет. Колебания вектора $\dot{\vec{E}}$ происходят строго параллельно одному направлению. На рис. 1.14, а изображена соответствующая схема. Плоскость, в которой лежат это направление и луч света, называется плоскостью поляризации.

2. Частично поляризованный свет. Колебания происходят во всех направлениях, но интенсивность I_1 в одном из них максимальна, а интенсивность I_2 в перпендикулярном направлении минимальна (рис. 1.14, б). Для такого света вводится степень поляризации $p = \frac{(I_1 - I_2)}{(I_1 + I_2)}$. Эта величина принимает значение, равное 1 у линейно поляризованного света и 0 – у естественного света.

3. Свет, поляризованный по кругу (рис. 1.14, в) или эллиптически поляризованный (рис. 1.14, г). В этих случаях вектор $\dot{\vec{E}}$ вращается, описывая круг или эллипс.

4. Естественный свет. Вектор $\dot{\vec{E}}$ никак не упорядочен (рис. 1.14, д).

Для выделения из естественного света линейно поляризованного применяют специальные устройства – поляризаторы. На выходе из поляризатора свет полностью поляризован. Поскольку при этом исчезает одна из двух взаимно перпендикулярных составляющих электрического вектора, интенсивность света после поляризатора вдвое меньше, чем у исходного луча. Если затем на пути поляризованного луча поставить второй поляризатор, как это показано на рис. 1.15, направление поляризации у которого образует угол ϕ с аналогичным направлением первого поляризатора, то интенсивность луча на выходе из второго поляризатора в общем случае изменится.

Поляризатор пропускает только составляющую вектора $\dot{\vec{E}}$, параллельную определенному направлению, лежащему в главной плоскости поляриза-

тора.

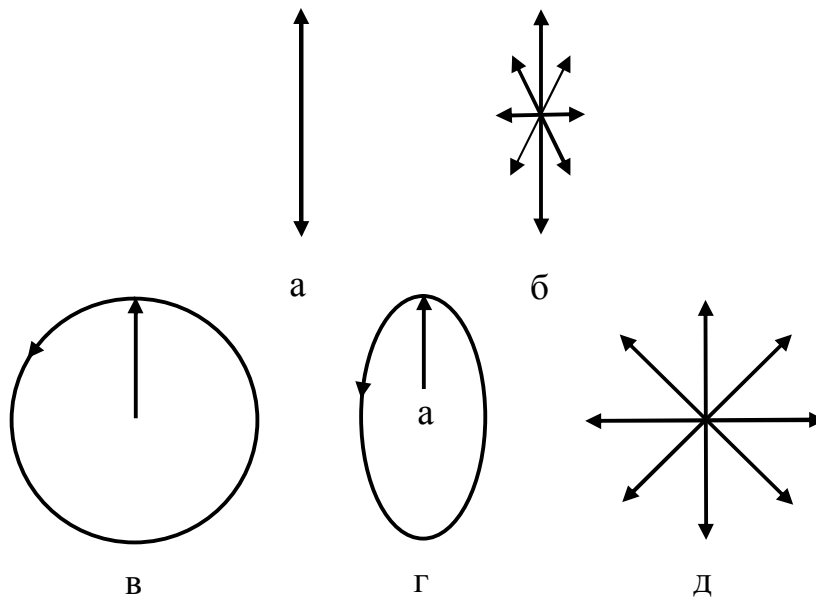


Рис. 1.14

Согласно рис. 1.16 напряженность электрического поля после второго поляризатора связана с напряженностью падающего на него луча соотношением $E_2 = E_1 \cos \varphi$. Соответствующая интенсивность равна

$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi. \quad (1.19)$$

Соотношение (1.19) выражает *закон Малюса*.

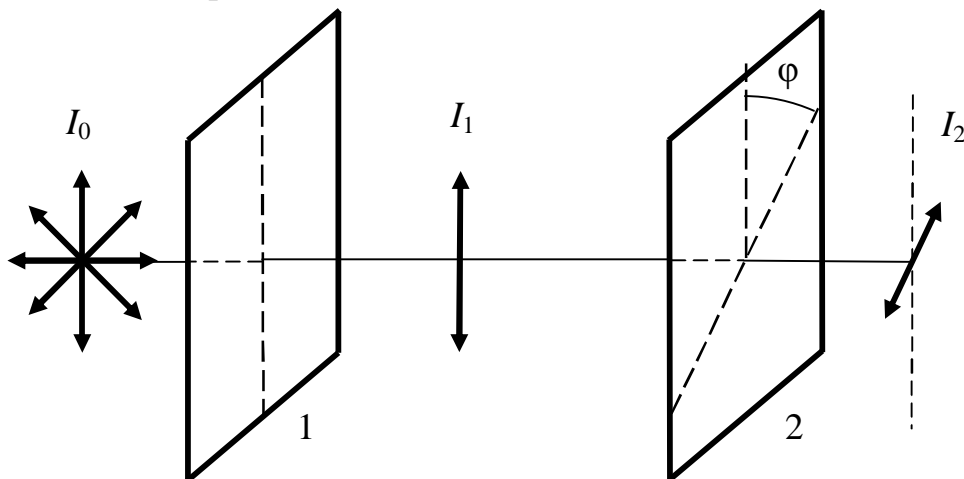


Рис. 1.15

Частично поляризованный свет можно получить, если отразить луч от какой-либо плоской поверхности. Частично поляризованным также оказывается и преломленный луч. На рис 1.17 это схематически обозначено точками и стрелками, показывающими направление электрического вектора.

Если исходный луч падает под углом $\text{tg } \alpha = n$, то отраженный луч является полностью поляризованным. Это выражение соответствует *закону Брю-*

стера, а угол также называется углом Брюстера.

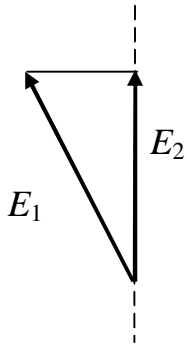


Рис 1.16

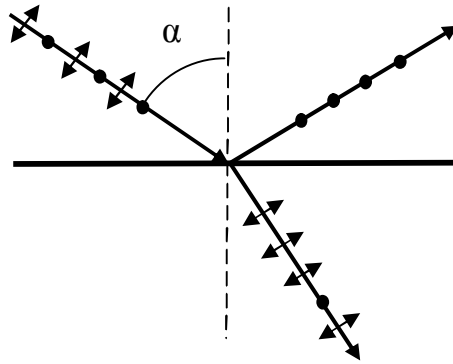


Рис. 1.17

§ 1.12 Двойное лучепреломление в кристаллах

В оптически изотропных средах свойства распространяющихся световых волн одинаковы по различным направлениям. Такими средами являются газы, жидкости, аморфные тела и кристаллы с кубической симметрией. Кристаллы с более низкой симметрией оптически анизотропны. Возникновение такой анизотропии связано как со свойствами молекул вещества, так и со способом размещения их в узлах кристаллической решетки.

В оптически анизотропных кристаллах наблюдается явление двойного лучепреломления – падающий на поверхность кристалла луч разделяется внутри кристалла на два линейно поляризованных луча. Один из них подчиняется закону преломления (Снеллиуса) и называется *обыкновенным* (о), другой этому закону не подчиняется и называется *необыкновенным* (е).

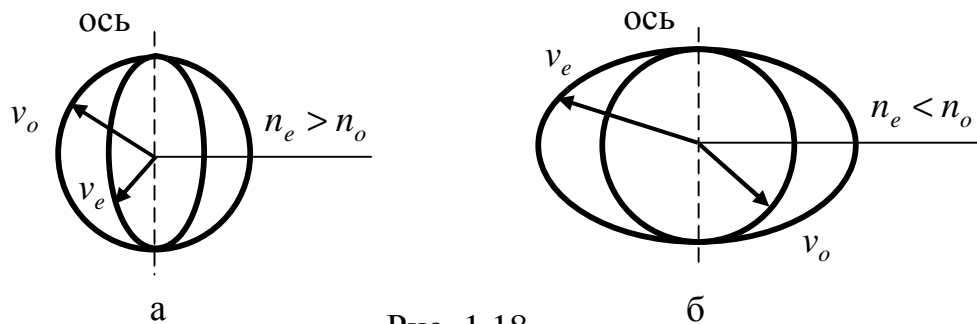


Рис. 1.18

Оптической осью называется направление в кристалле, вдоль которого лучи не разделяются и идут с одинаковой скоростью. Существуют одно- и двухосные кристаллы. В последнем случае разделяющиеся преломленные лучи ведут себя как необыкновенные. Выберем произвольную точку O в кристалле и отложим от нее вектор \vec{v} распространения света во всевозможных направлениях. Концы векторов лягут на поверхность, называемую лучевой. Показатель преломления обыкновенного луча n_o изотропен, поэтому его лучевая поверхность – сфера. Показатель преломления у обыкновенного луча n_e равен n_o только в направлении оптической оси кристалла (в одноосных кристаллах). Поэтому для него лучевая поверхность – эллипсоид вращения. Раз-

личают оптически положительные (рис. 1.18, а) и отрицательные (рис. 1.18, б) кристаллы.

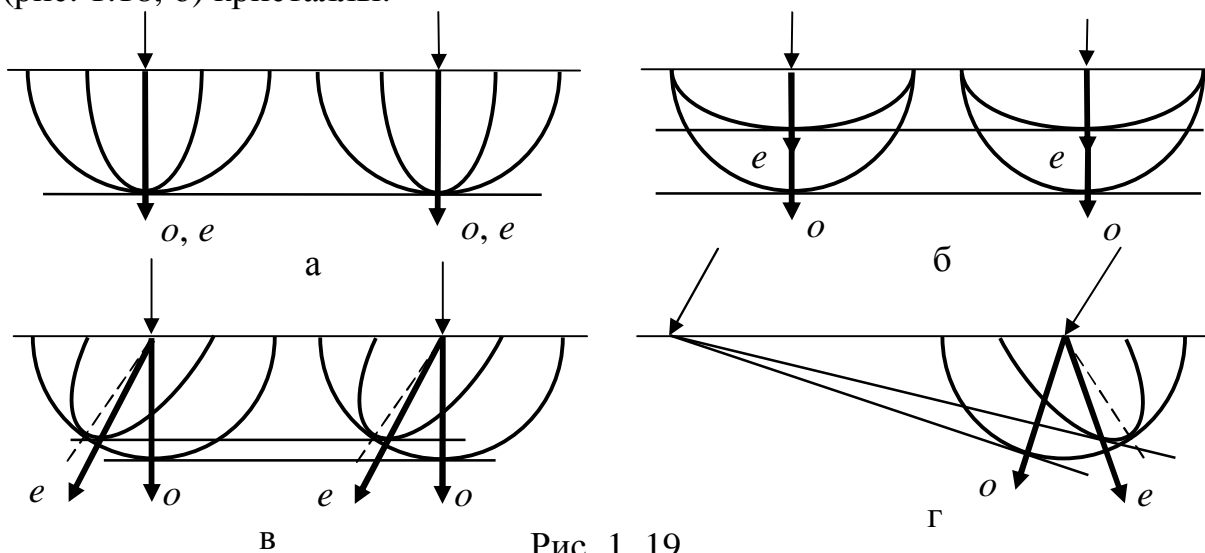


Рис. 1. 19

Построение хода лучей в двоякопреломляющих кристаллах осуществляется методом Гюйгенса. Соответствующие построения для различных случаев падения луча и расположения оптической оси показаны на рис. 1.19, а-г.

§ 1.13 Искусственная оптическая анизотропия

Под влиянием внешних воздействий первоначально изотропные среды могут приобретать анизотропию. Известны следующие эффекты искусственной анизотропии.

1. *Фотоупругий эффект* – возникновение оптической анизотропии при простом растяжении или сжатии тел. Оптическая ось совпадает с направлением деформации. Справедлива формула:

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (1.20)$$

где k – коэффициент фотоупругости, σ – механическое напряжение.

2. *Эффект Керра* – возникновение оптической анизотропии под действием электрического поля E . Справедлива формула:

$$n_e - n_o = B\lambda_0 E^2, \quad (1.21)$$

где B – коэффициент Керра (разный для разных веществ). Этот эффект используется для быстрого управления световым потоком – при наличии или отсутствии напряжения на светофильтре он задерживает или пропускает световой поток. Время срабатывания светофильтра (ячейка Керра) порядка 10^{-10} секунды.

3. *Эффект Коттона-Мутона* – возникновение оптической анизотропии у веществ в магнитном поле. Соответствующая формула имеет вид:

$$n_e - n_o = C\lambda_0 H^2, \quad (1.22)$$

где C – коэффициент Коттона-Мутона, также зависящий от рода вещества.

§ 1.14 Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества, называемые оптически активными, обладают способностью поворачивать плоскость поляризации при прохождении через них линейно поляризованного света. Такими веществами могут быть кристаллы, чистые жидкости или растворы. Примерами являются кварц, скипидар, раствор сахара в воде и др. В оптически активных кристаллах угол поворота плоскости поляризации определяется формулой:

$$\varphi = \alpha l, \quad (1.23)$$

где l – толщина слоя вещества, α – постоянная вращения. В растворах соответствующая формула имеет вид:

$$\varphi = \alpha_0 c l, \quad (1.24)$$

где c – концентрация раствора, α_0 – удельная постоянная вращения.

Оптически активные вещества существуют в двух модификациях – лево- и правовращающих, что связано со строением их молекул. Некоторые оптически неактивные вещества становятся активными в магнитном поле. Направление напряженности поля \vec{H} совпадает с направлением светового луча. Это явление называется эффектом Фарадея. Для угла поворота справедлива формула:

$$\varphi = V l H, \quad (1.25)$$

где V – постоянная Верде, называемая еще удельным магнитным вращением.

§ 2.1 Характеристики теплового излучения.

Тепловым излучением называется испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел. Кроме теплового существуют также и другие виды излучения (люминесценция).

Виды люминесценции:

1. фотолюминесценция – возникает при облучении люминофора видимым или ультрафиолетовым светом;
2. рентгенолюминесценция – возникает при облучении люминофора рентгеновскими или γ -лучами;
3. катодолюминесценция – свечение люминофора при бомбардировке его электронами;
4. радиолюминесценция – свечение под действием ядерных излучений;
5. электролюминесценция – свечение люминофора под действием электрического поля;
6. хемилюминесценция – свечение при химических реакциях;
7. триболюминесценция – свечение при разрушении некоторых кристаллов;
8. кандолюминесценция – свечение, но не тепловое, при помещении некоторых веществ в пламя.

Излучение, находящееся в термодинамическом равновесии со стенками полости, называется равновесным. В такое состояние приходит излучение в полости по истечении достаточно большого времени.

Свойства равновесного излучения:

1. плотность энергии, её распределение по спектру, поляризация не зависят от формы и материала стенок полости, а определяются только их температурой;
2. однородность – одинаковость свойств во всех точках пространства;
3. изотропность – одинаковость свойств по всем направлениям;
4. вследствие равновесия со стенками излучение можно охарактеризовать температурой.

Плотностью энергии излучения называется количество излученной энергии в единице объема $u = dU/dV$. Её можно разложить по частотам ω или длинам волн λ :

$$u = \int_0^{\infty} u_{\omega} d\omega = \int_0^{\infty} u_{\lambda} d\lambda, \quad (2.1)$$

где u_{ω} и u_{λ} – спектральные плотности энергии. Длина волны связана с циклической частотой: $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, тогда $\frac{d\lambda}{d\omega} = -\frac{2\pi c}{\omega^2} = -\frac{\lambda}{\omega}$ и $u_{\omega} d\omega = u_{\lambda} d\lambda$;

$u_{\omega} = u_{\lambda} \frac{d\lambda}{d\omega} = u_{\lambda} \left(\frac{\lambda}{\omega} \right)$ без учета знака. Отсюда следует связь:

$$\omega u_{\omega} = \lambda u_{\lambda} \quad (2.2)$$

Функция u_{ω} зависит в вакууме только от ω и T . Нахождение этой функции $u_{\omega}(\omega; T)$ является основной задачей теории теплового излучения.

Поток лучистой энергии, проходящей через площадку dS за время dt в пределах телесного угла $d\Omega$ с осью, перпендикулярной dS , равен

$$d\Phi = I dS d\Omega dt. \quad (2.3)$$

Величина I называется *удельной интенсивностью излучения*. Ее также можно разложить в спектр:

$$I = \int_0^{\infty} I_{\omega} d\omega. \quad (2.4)$$

Величина I_{ω} называется *удельной спектральной интенсивностью излучения*. Найдем связь I с u . В выделенный объем поступает через dS энергия излучения (рис.2.1). Её поток достигает противоположной грани за время $dt = \frac{dl}{c}$, где c – скорость света. Тогда для энергии

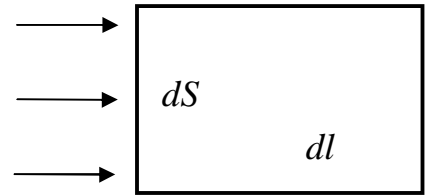


Рис. 2.1.

в объеме $dU = I dS d\Omega dt = \frac{I}{c} dS d\Omega dl = \frac{I}{c} d\Omega dV$, а для ее плотности

$du = \frac{dU}{dV} = \frac{I}{c} d\Omega$. Если излучение изотропно, то необходимо проинтегрировать это выражение по Ω , тогда получаем:

$$u = \frac{4\pi}{c} I ; \quad u_{\omega} = \frac{4\pi}{c} I_{\omega}. \quad (2.5)$$

Если вывод произвести для интервала частот $d\omega$, то получим вторую формулу (2.5)

§ 2.2 Закон Кирхгофа. Абсолютно чёрное тело.

Поток лучистой энергии, излучаемой телом, равен

$$d\Phi_{\omega} = E_{\omega} \cos \varphi dS d\omega d\Omega dt. \quad (2.6)$$

Множитель $dS \cos \varphi$ – видимая в направлении под углом φ к нормали dS часть излучающей поверхности. Величина E_{ω} называется *излучательной способностью тела*. Величина, равная отношению поглощенного потока к падающему на поверхность потоку, называется *поглощательной способностью тела*.

$$A_{\omega} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}}. \quad (2.7)$$

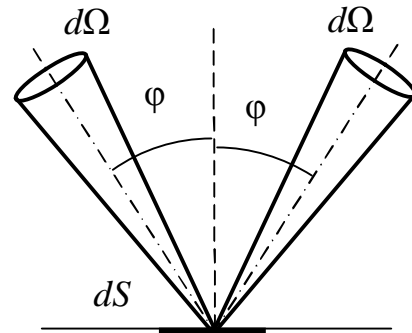


Рис. 2.2.

Найдём связь между этими величинами. Согласно условию равновесия падающий поток должен равняться отраженному от поверхности под тем же углом к излучённому потоку (см. рис. 2.2).

$$I_{\omega} \cos \varphi dS d\omega d\Omega dt = (1 - A_{\omega}) I_{\omega} \cos \varphi dS d\omega d\Omega dt + E_{\omega} \cos \varphi d\omega dS d\Omega dt,$$

тогда

$$\frac{E_{\omega}}{A_{\omega}} = I_{\omega}. \quad (2.8)$$

Этот результат справедлив и для диффузного отражения.

Абсолютно черным называется тело, для которого $A_{\omega} = 1$ для всех частот. Если (2.8) записать для абсолютно черного тела, то его удельная спектральная интенсивность излучения будет равна излучательной способности, которую обозначим e_{ω} .

Тогда отношение излучательной к поглощательной способности тела одинаково для всех тел и является универсальной функцией частоты и температуры, равной излучательной способности абсолютно черного тела.

$$\frac{E_{\omega}}{A_{\omega}} = e_{\omega}. \quad (2.9)$$

Этот закон принадлежит Кирхгофу.

Абсолютно черное тело – абстракция. Его модель можно представить как полость с небольшим отверстием. Свет, проникая в отверстие, после многократных отражений полностью поглощается стенками полости (рис. 2.3).

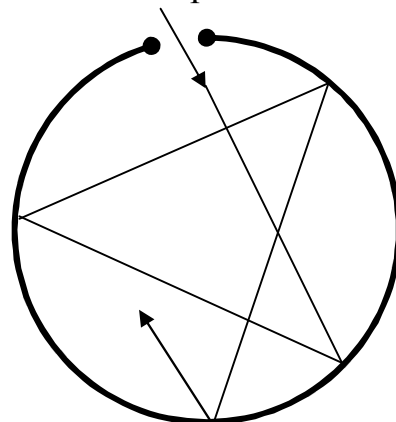


Рис. 2.3

§ 2.3 Формула Кирхгофа-Клаузиуса.

Найдем плотность энергии и удельную интенсивность излучения в среде с показателем преломления n . Пусть полость разделена плоской поверхностью на две части, в одной из которых вакуум, а в другой – среда. Пусть стенки полости удалены далеко от рассматриваемого участка границы так, чтобы не учитывать отражение от них (рис. 2.4).

Из принципа детального равновесия:

$$(1 - A_\omega)I_\omega^0 \cos \varphi_0 d\Omega_0 + A_\omega I_\omega \cos \varphi d\Omega = I_\omega^0 \cos \varphi_0 d\Omega_0$$

Здесь индекс 0 относится к вакууму и учтено, что доля прошедшего из среды в вакуум потока равна A_ω . Если теперь рассмотрим $d\Omega$ и $d\Omega_0$ в виде телесного угла между конусами с углами раствора в пределах от φ до $\varphi + d\varphi$ (от φ_0 до $\varphi_0 + d\varphi_0$), которые равны $d\Omega = 2\pi \sin \varphi d\varphi$ и $d\Omega_0 = 2\pi \sin \varphi_0 d\varphi_0$ (рис. 2.5), то тогда получим:

$$I_\omega \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = I_\omega^0 \cos \varphi_0 d\varphi_0.$$

Из закона преломления следует, что $\sin \varphi_0 = n \sin \varphi$. Продифференцируем это уравнение по φ и умножим на исходное:

$$\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 d\varphi_0 = n^2 \sin \varphi \cos \varphi d\varphi, \text{ тогда}$$

$$I_\omega = n^2 I_\omega^0. \quad (2.10)$$

Учтем (2.5): $I_\omega^0 = \frac{u_\omega^0 c}{4\pi}$; $I_\omega = \frac{u_\omega^0 v}{4\pi}$, где v – скорость света в среде. Тогда

$$u_\omega = n^3 u_\omega^0 \quad (2.11)$$

Формулы (2.10) и (2.11) называются формулами Кирхгофа-Клаузиуса. Учтя, что $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$, им можно придать вид:

$$\lambda^2 I_\omega = \lambda_0^2 I_\omega^0, \quad \lambda^3 u_\omega = \lambda_0^3 u_\omega^0. \quad (2.12)$$

§ 2.4 Закон Стефана–Больцмана.

Пусть абсолютно черная оболочка, в которой находится равновесное излучение, расширилась на dV , тогда излучение совершает работу $p dV$ за счет убыли своей энергии $U = uV$. Учтем, что согласно Максвеллу для изо-

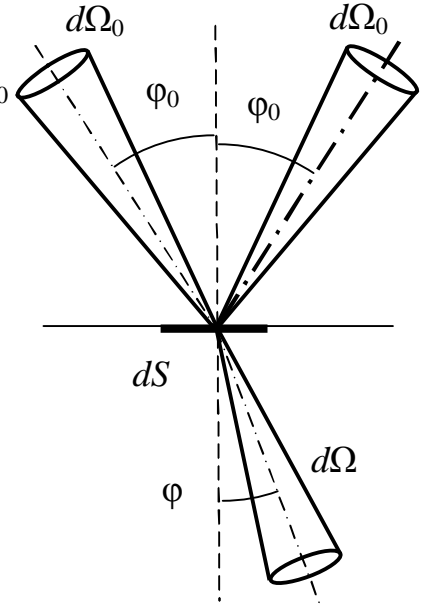


Рис. 2.4.

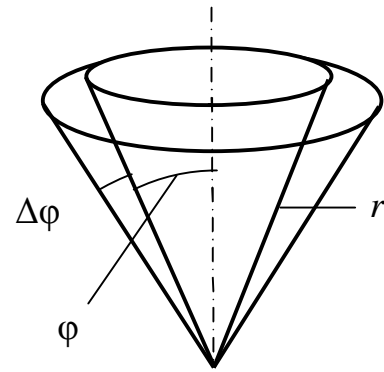


Рис. 2.5

хорного излучения, его давление $p = \frac{1}{3}u$, тогда

$$PdV = -d(uV) = -Vdu - udV = \frac{1}{3}udV, \quad \frac{4}{3}udV = -Vdu, \quad \frac{4}{3} \frac{dV}{V} = -\frac{du}{u}, \text{ отсюда}$$

$$uV^{4/3} = const \quad \text{или} \quad PV^{4/3} = const. \quad (2.13)$$

Это есть уравнение адиабаты процесса с показателем $\gamma = 4/3$. Применим к равновесному излучению общую термодинамическую формулу $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$, в которой учтем, что $U = uV$, тогда $u = \frac{1}{3}T \frac{du}{dT} - \frac{1}{3}u$, $4u = T \frac{du}{dT}$. Получаем для u :

$$u = aT^4, \quad (2.14)$$

где a – константа интегрирования.

Перейдем к интегральной характеристике излучения – *энергетической светимости*, учитывающей излучение единицы поверхности по всем направлениям:

$$R = \int d\Phi = \int e \cos \varphi d\Omega = \int_0^{\pi/2} e \cos \varphi \sin \varphi 2\pi d\varphi = 2\pi e \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d(\sin \varphi) =$$

$$= 2\pi e \frac{\sin^2 \varphi}{2} \Big|_0^{\pi/2} = \pi e = \frac{cu}{4}$$

тогда

$$R = \frac{c}{4}u = \frac{c}{4}aT^4 = \sigma T^4. \quad (2.15)$$

Эта формула выражает закон Стефана–Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ – постоянная Стефана-Больцмана.

§ 2.5 Закон смещения Вина.

При квазистатическом адиабатическом расширении оболочки излучение в ней будет оставаться равновесным, а значит, характеризоваться определенной температурой T . Время Δt между последовательными отражениями луча от стенок будет равно $\Delta t = \frac{2r}{c} \cos \Theta$. При отражении света вследствие эффекта Доплера изменяется его частота. Для малых скоростей движения

оболочки $\frac{\Delta\omega}{\omega} = -2\frac{v}{c} = -2\frac{v\cos\Theta}{c} = -2\frac{\Delta r\cos\Theta}{c\Delta t} = -\frac{\Delta r}{r}$. Точка над символом означает производную по времени. Представляя процесс излучения ω и r непрерывным, получим дифференциальное уравнение $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{dr}{r}$. Решением его

является соотношение $r\omega = const$, но $r \sim V^{1/3}$, тогда $\omega^3 V = const$. Возведем это уравнение в степень $4/3$ и учтем (2.13), получим:

$$\frac{\omega^4}{u} = const. \quad (2.16)$$

С использованием закона Стефана-Больцмана получим:

$$\frac{\omega}{T} = const. \quad (2.17)$$

Записав (2.16) для интервала $d\omega$ при двух температурах T и T' , получаем:

$$\frac{u_\omega d\omega}{\omega^4} = \frac{u'_\omega d\omega'}{\omega'^4}, \quad u_\omega = u'_\omega \frac{\omega^4}{\omega'^4} \frac{d\omega'}{d\omega}. \quad \text{Учтем (2.17):}$$

$$u_\omega(\omega, T) = T^3 \left[\frac{1}{T'^3} u'_\omega \left(\frac{\omega}{T} T', T' \right) \right] = T^3 \Phi \left(\frac{\omega}{T} \right). \quad (2.18)$$

Это соотношение записано потому, что если левая часть не зависит от T' , то и выражение в скобках от T' не зависит, поэтому оно является только функцией от ω/T . На основании (2.17) выражение (2.18) можно записать в виде:

$$u_\omega(\omega, T) = \omega^3 f \left(\frac{\omega}{T} \right). \quad (2.19)$$

Функция $f(\omega/T)$ должна иметь максимум, иначе после интегрирования по ω плотность энергии может обратиться в ∞ . Максимум ее наблюдается при одном значении аргумента равном ω_m/T . Таким образом, частоты, соответствующие максимуму $f(\omega/T)$, а также и $u_\omega(\omega, T)$ должны быть пропорциональны T .

$$\frac{\omega_m}{T} = const, \quad \lambda_m T = const = b. \quad (2.20)$$

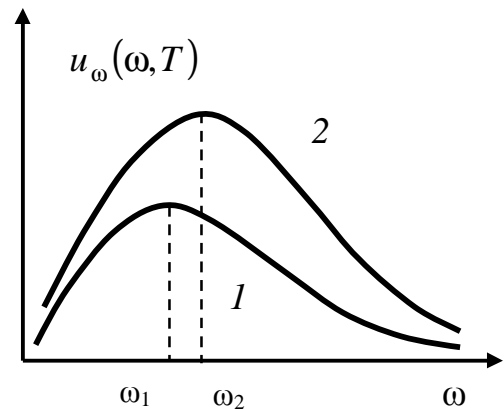


Рис. 2.6.

Здесь b – постоянная Вина. $b=2,9 \cdot 10^{-3}$ м К.

Закон смещения Вина получил свое название вследствие того, что согласно (2.20) при изменении температуры длина волны или частота максимума функции $u_\omega(\omega, T)$ смещаются. На рис 2.6 показаны соответствующие кривые для двух температур. Частота максимума ω_2 имеет большее значение, чем ω_1 , поскольку $T_2 > T_1$. Кроме того, площадь под кривой 2 больше, что соответствует большей излучаемой энергии.

Используя (2.18), можно записать выражение для коэффициентов a и σ в формуле Стефана-Больцмана.

$$u = \int_0^\infty u_\omega d\omega = T^3 \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\omega}{T}\right) d\omega = T^4 \int_0^\infty \varphi(x) dx = aT^4,$$

тогда

$$a = \int_0^\infty \varphi(x) dx, \quad \sigma = \frac{c}{4} a = \frac{c}{4} \int_0^\infty \varphi(x) dx. \quad (2.21)$$

§ 2.6 Формула Релея – Джинса.

Представим равновесное излучение в кубической полости как систему стоячих волн, образующихся при наложении бегущей и отраженной электромагнитных волн от стенки полости. На границах области стоячие волны должны вести себя одинаковым образом – либо иметь пучность, либо узел. Только в этих случаях могут возникнуть стоячие волны. Любому из этих условий удовлетворяет требование, чтобы на длине ребра l куба умещалось целое число m полуволн:

$$\frac{\lambda}{2} m = l, \quad \lambda = \frac{2l}{m}. \quad (2.22)$$

Волны можно характеризовать волновым вектором \vec{k} , координаты которого k_x, k_y, k_z – волновые числа, равные $k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i}$. С учетом (2.22):

$$k_i = \frac{\pi}{l_i} m, \quad (2.23)$$

где l_i – ребро выделенного объема вдоль оси i . Всевозможные стоячие волны в полости характеризуются векторами \vec{k} (или точками, соответствующими их концам, с координатами k_x, k_y, k_z) в воображаемом пространстве волновых векторов (k -пространстве). На каждую такую точку приходится объем $v_k = \left(\frac{\pi}{l}\right)^3$, так как на основании (2.23) расстояние между i -координатами со-

седних точек для кубической области равно $\frac{\pi}{l}$ ($l_x = l_y = l_z = l$). Число волн (состояний) с модулями волнового вектора от k до $k+dk$ даётся частью сферического слоя с радиусами k и $k+dk$ в k -пространстве, расположенной в первом октанте, т. к. величины k_i считаем положительными (рис. 2.7). Точки \vec{k} , соответствующие различным волнам, образуют кубическую решетку. Число их, попадающих в сферический слой, равно объёму слоя, делённому на объём одного состояния. На первый октант приходится 1/8 всего объёма слоя, далее учтем, что электромагнитная волна характеризуется двумя независимыми направлениями поляризации, тогда полученное число должно быть удвоено. Все это приводит к выражению для числа состояний:

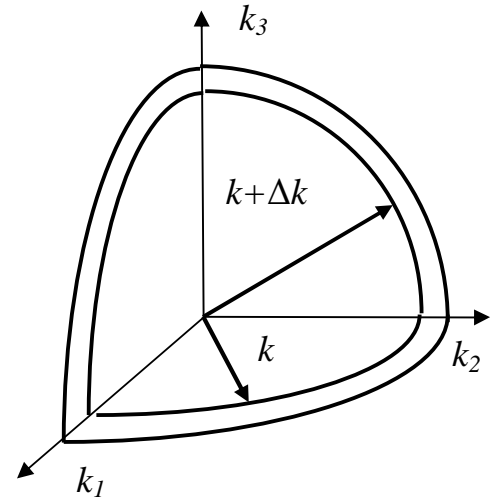


Рис. 2.7.

$$dZ = 2 \frac{4\pi k^2 dk}{8v_k} = \frac{k^2 dk}{\pi^2} l^3.$$

Для единицы объема $V = l^3$ полости это будет

$$dz = \frac{dZ}{V} = \frac{k^2 dk}{\pi^2} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}, \quad (2.24)$$

здесь учтено, что $k = \omega/c$.

На каждую колебательную степень свободы согласно классическому закону равнораспределения приходится энергия kT . Половина её соответствует электрической, а другая – магнитной составляющей. Тогда энергия волн в интервале $d\omega$ равна $u_\omega(\omega, T)d\omega = kT dz = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega$ или

$$u_\omega(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT, \quad (2.25)$$

$$I_\omega(\omega, T) = \frac{cu_\omega(\omega, T)}{4\pi} = \frac{\omega^2}{4\pi^3 c^2} kT. \quad (2.26)$$

Формулы (2.25) и (2.26) называются формулами Релея-Джинса. Учтя (2.17) и связь скорости света в среде с показателем преломления n : $v = c/n$, можно из (2.25) получить формулу Вина (2.19) и Кирхгофа-Клаузиуса (2.12).

Если проинтегрировать (2.25) по ω , то для плотности энергии u получится бесконечная величина. Это означает, что стенки полости должны передать полностью свою энергию в излучение внутри нее, т.е. вся энергия, в

конце концов, во Вселенной должна сосредоточиться в излучении. Это положение носит название ультрафиолетовой катастрофы. Абсурдность его очевидна и связана с неправильным выражением для u_ω в (2.25), которое получено на основе классических представлений о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

§ 2.7 Формула Планка.

Все попытки классической физики получить функции u_ω или e_ω для абсолютно черного тела не привели к успеху. В 1900 г. М. Планк сделал чуждое классическим представлениям утверждение, что энергия излучается порциями (квантами), с энергиями, пропорциональными частоте. Это привело к правильной формуле для излучения черного тела, а также к развитию новых представлений в физике – квантовых.

Осциллятором называется всякая колебательная система. Равновесное тепловое излучение можно представить как систему осцилляторов (электромагнитных волн). Каждый осциллятор может принимать только дискретные значения энергии: $0, \epsilon_0, 2\epsilon_0, \dots$ где ϵ_0 – определенная энергия, зависящая от частоты осциллятора. Вероятности осциллятору иметь эти энергии, согласно распределению Больцмана, пропорциональны величинам $1, \exp\left(-\frac{\epsilon_0}{kT}\right), \exp\left(-\frac{2\epsilon_0}{kT}\right)$. Тогда средняя энергия, приходящаяся на осциллятор, равна

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_0^{\infty} n\epsilon_0 \exp\left(-\frac{n\epsilon_0}{kT}\right)}{\sum_0^{\infty} \exp\left(-\frac{n\epsilon_0}{kT}\right)}. \quad (2.27)$$

Введем обозначение $\frac{\epsilon_0}{kT} = x$. Сумма в знаменателе определится по известной формуле для суммы геометрической прогрессии с первым членом, равным 1, и знаменателем $e^{-x} < 1$: $\sum_0^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1 - e^{-x}}$. Числитель в (2.27) представляет отрицательную производную знаменателя: $\sum_0^{\infty} n e^{-nx} = \frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2}$.

Тогда

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_0 \exp\left(-\frac{\epsilon_0}{kT}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\epsilon_0}{kT}\right)} = \frac{\epsilon_0}{\exp\left(\frac{\epsilon_0}{kT}\right) - 1}. \quad (2.28)$$

Используя выражение подобное (2.24), получим

$$u_{\omega} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\epsilon_0}{\exp\left(\frac{\epsilon_0}{kT}\right) - 1}. \quad (2.29)$$

Чтобы это выражение согласовать с формулой Вина (2.19), необходимо положить ϵ_0 пропорциональным частоте ω :

$$\epsilon_0 = \mathbf{h}\omega, \quad (2.30)$$

где $\mathbf{h} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Используется также постоянная $h = 2\pi\mathbf{h} = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Окончательно выражение (2.29) принимает вид:

$$u_{\omega}(\omega, T) = \frac{\mathbf{h}\omega^3}{\pi^2 c^3 \left(\exp\left(\frac{\mathbf{h}\omega}{kT}\right) - 1\right)}. \quad (2.31)$$

Оно известно как формула Планка. Эта формула удивительно точно описывает экспериментальные результаты по исследованию излучения абсолютно черного тела. Вид ее приведен на рисунке 2.7.

Используя (2.31), можно более точно вычислить постоянную Стефана-Больцмана чем (2.21):

$$u = \int_0^{\infty} u_{\omega} d\omega = \frac{\mathbf{h}}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3 d\omega}{\exp\left(\frac{\mathbf{h}\omega}{kT}\right) - 1} = \frac{k^4 T^4}{\pi^2 c^3 \mathbf{h}^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Последний интеграл равен $\pi^4/15$. Отсюда

$$u = \frac{\pi^2 k^4}{15 c^3 \mathbf{h}^3} T^4 \quad (2.32)$$

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \mathbf{h}^3} \quad (2.33)$$

Получение формулы Планка, а также формул и результатов, следующих из неё, в основном решило задачу абсолютно чёрного тела. Впервые она была представлена общественности на заседании Немецкого физического общества 19 октября 1900 года, Сам Планк в то время ещё не знал, что открыл новый закон природы и заложил основу новой физики. Он был недоволен тем, что основное положение – пропорциональность энергии осциллятора частоте, противоречило общепринятым тогда представлениям классической физики. Позже он долго пытался получить свою формулу другим путем, но это ему так и не удалось.

§ 2.8 Фотоэлектрический эффект

Явление испускание электронов поверхностью тел при попадании на нее внешнего электромагнитного излучения называется *внешним фотоэлек-*

трическим эффектом.

На рис. 2.8 показана установка для исследования фотоэффекта. Лучи света проникают через прозрачные стенки в колбу с вакуумом и попадают на катод. Электроны вырываются с поверхности катода и под действием приложенного напряжения устремляются к положительно заряженному аноду. В колбе создается ток. Величина напряжения между катодом и анодом регулируется переменным резистором R , включенным как делитель напряжения.

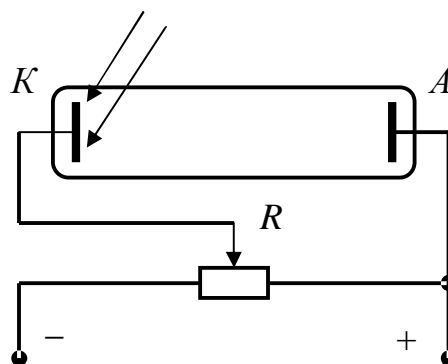


Рис. 2.8

Зависимость тока от напряжения на электродах (вольт-амперная характеристика) прибора приведена на рис. 2.9. Даже при нулевом напряжении имеется некоторая доля электронов, достигающих анода и создающих ток. Для прекращения тока необходимо подать на электроды обратное напряжение величиной U_0 . Это напряжение называется запирающим. При увеличении прямого напряжения величина тока стремится к некоторому предельному значению I_n , называемому током насыщения. При этом все электроны, вырванные с катода, достигают анода, так что ток достигает максимальной величины.

Явление фотоэффекта объясняется на основе квантовых представлений о распространении света. С этой точки зрения свет представляет собой поток частиц – фотонов (см. § 3.1). При попадании на катод фотон взаимодействует с электронами и вырывает один из них. В этом процессе выполняется закон сохранения энергии. Если для энергии фотона записать выражение Планка $\epsilon = h\omega$, то

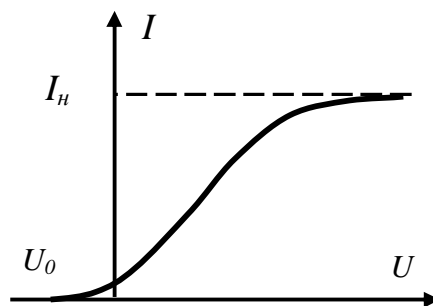


Рис. 2.9

$$h\omega = A + W_m. \quad (2.34)$$

Здесь A – работа выхода электрона из катода (минимальная энергия, необходимая для того, чтобы электрон покинул пределы катода), W_m – максимальная кинетическая энергия, оставшаяся у вырванного электрона. Соотношение (2.34) называется формулой Эйнштейна для фотоэффекта.

Красной границей фотоэффекта называется минимальная частота ω_0 , при которой фотоэффект еще возможен. В этом случае у фотоэлектронов кинетическая энергия равна нулю и выражение (2.34) принимает вид:

$$h\omega_0 = A. \quad (2.35)$$

Такой частоте соответствует длина волны $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$, которую также называют красной границей.

Величина фототока насыщения уменьшается с увеличением длины волны света, достигая нуля при красной границе. Однако, для некоторых металлов, особенно щелочных на кривой $I_n(\lambda)$ наблюдается максимум в некоторой области длин волн, как изображено на рис. 2.10. В этом случае фотоэффект называется селективным.

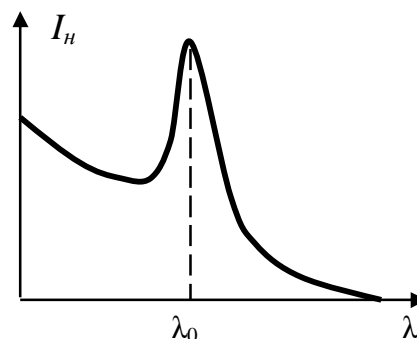


Рис. 2.10

Внутренним фотоэффектом называется переход электронов в полупроводнике из связанных состояний в свободные (из валентной зоны в зону проводимости) под действием внешнего электромагнитного излучения. В результате этого увеличивается электрическая проводимость материала.

Фотоэффект используется в различных датчиках, устройствах автоматики, в фотоэлектронных умножителях, позволяющих регистрировать очень слабые световые потоки.

§ 2.9 Эффект Комптона

Эффект Комптона заключается в изменении длины волны рентгеновского излучения при рассеянии на веществе.

Длина волны рассеянных лучей зависит от угла рассеяния. Схема установки для наблюдения эффекта Комптона изображена на рис. 2.11. Лучи, испускаемые рентгеновской трубкой P , проходя через диафрагму D , попадают на исследуемое вещество.

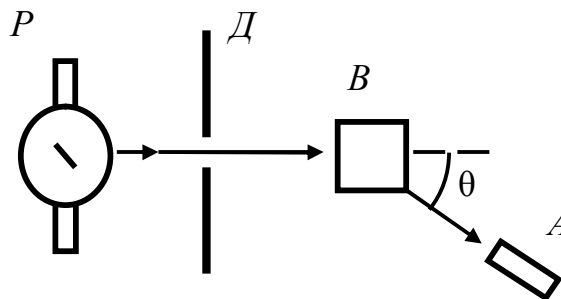


Рис. 2.11

После рассеяния на угол θ рентгеновский луч попадает в анализатор A , где измеряется длина волны излучения.

Рассеяние фотона происходит при его взаимодействии со слабо связанным с атомом электроном. Пусть ϵ_ϕ и ϵ'_ϕ – энергии фотона до и после столкновения, ϵ_0 и ϵ – энергии электрона до и после столкновения, \vec{p}_ϕ и \vec{p}'_ϕ – импульсы фотона до и после столкновения, \vec{p}_e – импульс электрона после столкновения. Кроме того, из релятивистской теории

$$\epsilon_\phi = c p_\phi \quad \text{и} \quad \epsilon^2/c^2 - p_e^2 = \epsilon_0^2/c^2. \quad (2.36)$$

При эффекте Комптона выполняются законы сохранения энергии и импульса. Запишем эти законы в удобной форме:

$$\epsilon_e = \epsilon_\phi + \epsilon_0 - \epsilon'_\phi \quad \text{и} \quad \vec{p}_e = \vec{p}_\phi - \vec{p}'_\phi. \quad (2.37)$$

Возведем эти уравнения в квадрат, затем полученное первое уравнение разделим на c^2 .

$$\left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^2 = \left(\frac{\varepsilon_\phi}{c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon'_\phi}{c}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{c}\right)^2 + \frac{2\varepsilon_\phi\varepsilon_0}{c^2} - \frac{2\varepsilon'_\phi\varepsilon_0}{c^2} - \frac{2\varepsilon_\phi\varepsilon'_\phi}{c^2}.$$

$$p_e^2 = p_\phi^2 + p'_\phi^2 - 2p_\phi p'_\phi \cos \theta$$

Вычтем второе из первого, воспользовавшись (2.36), получим:

$$p_\phi p'_\phi (1 - \cos \theta) = m_0 c (p_\phi - p'_\phi),$$

что с учетом $p = h/\lambda$ дает:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_K (1 - \cos \theta). \quad (2.38)$$

Здесь $\lambda_K = h/(m_0 c)$ – комптоновская длина волны. Для электрона эта величина равна $\lambda_K = 2,4 \cdot 10^{-12}$ м. Формула (2.38) позволяет вычислять изменение длины волны при рассеянии рентгеновских лучей. Она принадлежит Комптону.

§ 3.1. Волны де-Бройля

Квантовая теория рассматривает свет как поток фотонов, каждый из которых имеет энергию $\varepsilon = \hbar\omega$ и импульс $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, где $k = 2\pi/\lambda$, т.е. $p = h/\lambda$. Луи де-Бройль высказал гипотезу, согласно которой микрочастицам также присущи свойства волн. Частота и длина волны для них также определяются из соотношений $\varepsilon = \hbar\omega$ и $\lambda = h/p$. Импульс $p = mv = \sqrt{2mE}$, где E – кинетическая энергия частицы, тогда $\lambda = h/\sqrt{2mE}$. Таким образом, двойственность свойств (волновые и корпускулярные) присущи и волновым объектам (свет), и корпускулярным (микрочастицы). Ввиду того, что массы макроскопических тел велики по сравнению, например, с массой электрона, то волновые свойства обычных тел в макроскопическом масштабе не проявляются из-за колоссально малой длины волны.

Экспериментальное подтверждение идеи де-Бройля было получено в экспериментах Девиссона и Джермера, наблюдавших рассеяние пучка электронов на монокристалле никеля. Оказалось, что отражение электронов от атомных плоскостей подобно такому же для рентгеновских лучей. Дифракционная картина в обоих случаях была подобна. Для электронов можно было использовать формулу Вульфа-Бреггов $2d \sin \theta = n\lambda$, описывающую дифракцию рентгеновских лучей. Здесь d – межплоскостное расстояние, λ – длина волны электронов, θ – угол скольжения между осью пучка и отражающей плоскостью.

Кроме того, оказалось, что дифракция электронов происходит и в разреженном пучке, когда с кристаллом в каждый момент времени взаимодействует не более одного электрона.

Если направить пучок электронов на преграду с двумя щелями (рис. 3.1), то можно наблюдать интерференционную картину в виде чередующихся максимумов и минимумов. Подобный эффект можно наблюдать и при интерференции света от двух щелевых источников. Волновые свойства присущи не только пучку, но и отдельному электрону. Интерференци-

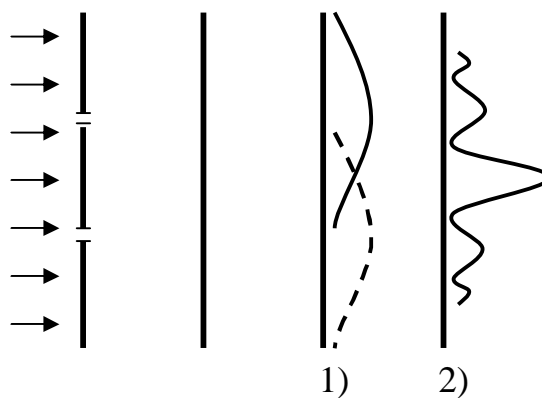


Рис 3.1.

онная картина возникает, даже если электроны проходят по одному через щель. Это говорит о том, что дифракция обусловлена не взаимодействием электронов между собой, а присуща каждому электрону в отдельности.

§ 3.2 Принцип неопределённости

В классической механике состояние движения материальной точки описывается заданием в каждый момент времени её координат и скорости. В квантовой механике вследствие корпускулярно-волнового дуализма этого сделать нельзя. Например, если фиксировать положение частицы в пространстве, то нельзя определить длину волны, соответствующую этому состоянию, так как волновой процесс развивается во времени, и для его исследования нужно наблюдать за всем волновым полем. Но из этого следует, что и импульс $p = h / \lambda$ также будет не определён.

Такое своеобразное поведение микрочастиц следует из сформулированного Гейзенбергом принципа неопределённости, который гласит, что невозможно точно определить импульс и координату частицы одновременно. Соотношения неопределённостей имеют вид:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2, \quad (3.1)$$

где Δx , Δp – неопределённости координаты и компоненты импульса. Если свести одну из них к нулю (т.е. точно её определить), тогда другая станет совершенно неопределённой, т.е., например, $\Delta p \rightarrow \infty$.

В связи с этим квантовые частицы не могут обладать траекторией в обычном смысле. Если, например, фиксировать точно положение какой-либо частицы в серии близких моментов времени, то результаты, хотя и будут достаточно близкими, но не лягут на какую-либо кривую. Невозможность одновременно измерить координату и импульс объясняется не ограниченностью возможностей измерения, а свойствами самого микромира.

Соотношения подобные (3.1) справедливы и для других пар величин. Например, для энергии и времени имеет место такое соотношение:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2. \quad (3.2)$$

Здесь Δt – время жизни объекта или длительность его наблюдения, ΔE – неопределённость или неточность определения энергии.

§ 3.3 Волновая функция

Ограничения, накладываемые на квантовые объекты принципом неопределённости, приводят к существенно иному способу описания поведения микрочастиц по сравнению с классической механикой. Именно, в квантовой механике состояние системы или частицы описывается при помощи некоторой функции от координат и времени, которая называется волновой функцией.

ей $\Psi(x, y, z, t) = \Psi(r, t)$ Она является комплекснозначной, смысл её состоит в том, что квадрат её модуля $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ есть плотность вероятности dW нахождения частицы в данной области пространства, т. е.

$$dW = \Psi\Psi^* dV. \quad (3.3)$$

Здесь звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Если проинтегрировать (3.3) по всему пространству, то получим вероятность того, что частица вообще где-либо находится, тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi\Psi^* dV = 1. \quad (3.4)$$

Это выражение называется условием нормировки.

Значения, которые в квантовой механике может принимать некоторая физическая величина, называются её *собственными значениями*. Они могут занимать некоторый непрерывный интервал или принимать дискретные значения. В этих случаях говорят о непрерывном или дискретном спектре величин. Рассмотрим дискретный спектр. Обозначим волновую функцию состояния с определённым значением f_n величины f как Ψ_n . Волновая функция Ψ_n называется *собственной функцией величины f* . Каждая из таких функций нормирована, т. е. $\int \Psi_n \Psi_n^* dV = 1$. Возможны состояния, когда волновая функция Ψ есть линейная комбинация Ψ_n :

$$\Psi = \sum_n a_n \Psi_n. \quad (3.5)$$

Тогда, измеряя f , найдём различные значения f_n с вероятностями, равными $a_n a_n^*$ (принцип суперпозиции). Полная вероятность всех состояний

$$\sum_n a_n a_n^* = 1. \quad (3.6)$$

Тогда можно записать: $\sum_n a_n a_n^* = \int \Psi\Psi^* dV = \sum_n \int \Psi a_n^* \Psi_n^* dV = \sum_n a_n^* \int \Psi\Psi_n^* dV$.

Значит $a_n = \int \Psi\Psi_n^* dV$, (3.7)

подставим сюда $\Psi = \sum_m a_m \Psi_m$: $a_n = \sum_m a_m \int \Psi_m \Psi_n^* dV$. Окончательно:

$$\int \Psi_m \Psi_n^* dV = \delta_{mn}, \quad (3.8)$$

где δ_{mn} – символ Кронекера. Он равен 1, если $m = n$ и 0, если $m \neq n$.

Таким образом, собственные функции ортонормированы.

§ 3.4 Непрерывный спектр

Кроме величин с дискретным спектром собственных значений в физике имеются величины, собственные значения которых имеют непрерывный спектр f . Произвольную волновую функцию можно разложить по собственным функциям непрерывного спектра Ψ_f аналогично формуле (3.5):

$$\Psi = \int a_f \Psi_f(r) df; \quad \int |a_f|^2 df = 1 \quad (3.9)$$

По аналогии с (3.7):

$$a_f = \int \Psi \Psi_f^* dV. \quad (3.10)$$

Подставим (3.10) в (3.9):

$$a_f = \int a_{f'} \left(\int \Psi_{f'} \Psi_f^* dV \right) df'. \quad (3.11)$$

Для выполнения этого соотношения необходимо, чтобы множитель при $a_{f'}$ в (3.11) обращался в нуль при $f' \neq f$ и в ∞ , если $f' = f$. Такого рода функция была введена в квантовую механику П.А.М. Дираком, и она получила название δ -функции Дирака. Таким образом

$$\int \Psi_{f'} \Psi_f^* dV = \delta(f' - f). \quad (3.12)$$

Такая функция обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \delta(x) = 0 \text{ при } x \neq 0, \quad \delta(0) = \infty, \quad \delta(-x) = \delta(x), \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) dx = f(a), \quad \delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x). \end{aligned}$$

δ -функцию можно выразить через известные функции следующими представлениями:

$$\begin{aligned} \delta(x) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad \delta(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \omega t d\omega, \\ \delta(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2}, \quad \delta(x) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\sin xL}{\pi x}. \end{aligned}$$

Существуют физические величины смешанного типа, которые в разных интервалах изменения собственных значений имеют дискретный и непрерывный спектр. Разложение произвольной волновой функции в этом случае имеет вид:

$$\Psi = \sum a_n \Psi_n + \int a_f \Psi_f df \quad (3.13)$$

§ 3.5 Квантовомеханические операторы

Среднее значение величины f в состоянии $\Psi = \sum_n a_n \Psi_n$ равно

$$\bar{f} = \sum f_n |a_n|^2. \quad (3.14)$$

Можно представить \bar{f} в виде выражения, содержащего не a_n , а саму функцию Ψ :

$$\bar{f} = \int \Psi^* \hat{f} \Psi dV, \quad (3.15)$$

здесь \hat{f} – оператор, соответствующий физической величине f .

Оператором называется некоторый математический объект, который в результате действия на одну функцию даёт другую.

Примеры операторов.

1. умножение на фиксированную функцию $\hat{f} = \theta(x)$, тогда $\alpha(x) = \theta(x)\beta(x)$, где справа и слева стоят исходная и конечная функции;

2. дифференцирование $\hat{f} = \frac{d}{dx}$, тогда $\alpha(x) = \frac{d\beta(x)}{dx}$;

3. интегрирование $\hat{f} = \int_a^x dt$, тогда $\alpha(x) = \int_a^x \beta(t) dt$.

Считается, что оператор действует на выражение, стоящее за ним. Запишем выражение (3.14) иначе с учетом того, что $a_n^* = \int \Psi^* \Psi_n dV$

$$\bar{f} = \sum f_n a_n a_n^* = \int \Psi^* \left(\sum a_n f_n \Psi_n \right) dV. \quad (3.16)$$

Сравнивая с (3.15), получим:

$$\hat{f} \Psi = \sum a_n f_n \Psi_n. \quad (3.17)$$

Если в качестве Ψ используется Ψ_n , то все $a_m = 0$, кроме $a_n = 1$, тогда из (3.17):

$$\hat{f} \Psi_n = f_n \Psi_n \quad (3.18)$$

Таким образом, собственные функции и собственные значения физической величины определяются из решения уравнения (3.18).

Для произвольного оператора \hat{f} можно указать транспонированный ему оператор $\tilde{\hat{f}}$, такой что

$$\int \Psi \hat{f} \Phi dV = \int \Phi \tilde{\hat{f}} \Psi dV. \quad (3.19)$$

Среднее значение любой физической величины, очевидно, является действительным, т. е. $\bar{f} = \bar{f}^*$, тогда:

$$\int \Psi^* \hat{f} \Psi dV = \int \Psi \hat{f}^* \Psi^* dV = \int \Psi^* \tilde{f}^* \Psi dV = \int \Psi^* \hat{f}^+ \Psi dV. \quad (3.20)$$

Оператор $\hat{f}^+ = \tilde{f}^*$ называется *эрмитово сопряженным* для \hat{f} . Из (3.20) видно, что операторы, соответствующие физическим величинам, удовлетворяют соотношению

$$\hat{f} = \hat{f}^+ \quad (3.21)$$

Такие операторы называются *самосопряженными* или *эрмитовыми*. Из предыдущего также следует, что рассматриваемые операторы являются линейными.

§ 3.6 Сумма и произведение операторов

Если операторы \hat{f} и \hat{g} имеют одинаковые системы собственных функций, то величины f и g , которым они соответствуют, одновременно измеримы. Для таких величин можно определить операции суммы и произведения. Сумме величин $f + g$ соответствует оператор $\hat{f} + \hat{g}$. Действительно, если $\hat{f}\Psi_n = f_n \Psi_n$ и $\hat{g}\Psi_n = g_n \Psi_n$, то

$$(\hat{f} + \hat{g})\Psi_n = (f_n + g_n)\Psi_n. \quad (3.22)$$

Произведению физических величин f и g соответствует оператор $\hat{f}\hat{g}$. Действительно,

$$\hat{f}\hat{g}\Psi_n = \hat{f}(\hat{g}\Psi_n) = \hat{f}g_n \Psi_n = g_n \hat{f}\Psi_n = g_n f_n \Psi_n. \quad (3.23)$$

Символ $\hat{f}\hat{g}$ обозначает оператор, действие которого на произвольную функцию заключается сначала в действии оператора \hat{g} на нее, а затем на полученный результат оператора \hat{f} . Очевидно, что перемена сомножителей слева в (3.23) приводит к тому же результату. Поэтому $\hat{f}\hat{g} = \hat{g}\hat{f}$. О таких операторах говорят, что они коммутируют. Приходим к результату: коммутативность операторов является необходимым и достаточным условием одновременной измеримости соответствующих им величин.

Относительно суммы и произведения операторов одновременно неизмеримых величин можно лишь сказать, что собственные функции суммы операторов не имеют ничего общего с собственными функциями каждого из них. Произведение операторов в этом случае вообще не является эрмитовым.

§ 3.7 Уравнение Шрёдингера

Иной способ описания в квантовой механике приводит к иным уравнениям, которым подчиняются квантовые объекты, по сравнению с уравнениями Ньютона классической механики. Зависимость волновой функции от времени дается волновым уравнением Шрёдингера.

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (3.24)$$

здесь \hat{H} – оператор Гамильтона, соответствующий полной энергии частицы; i – мнимая единица.

Оператор импульса и его проекции в квантовой механике имеет вид:

$$\hat{p} = -i\hbar \nabla, \quad \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \quad (3.25)$$

где ∇ – векторный дифференциальный оператор: $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$.

Соотношение между энергией и импульсом такое же, как и в классической механике.

$$K = \frac{p^2}{2m}, \quad \text{тогда} \quad \hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta. \quad (3.26)$$

Здесь $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Оператор потенциальной энергии совпадает с ее функциональным выражением через координаты в классической механике

$$\hat{U} = U(x, y, z),$$

тогда

$$\hat{H} = \hat{K} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z) \quad (3.27)$$

Если потенциальная энергия частицы не зависит от времени, то в уравнении (3.24) можно разделить пространственные и временные переменные, т.е. представить $\Psi_n(x, y, z, t) = \psi_n(x, y, z) \cdot T_n(t)$. После этого:

$\hat{H}\psi_n T_n = i\hbar \psi_n \frac{dT_n}{dt}$. Используя уравнение на собственные значения энергии

$$(3.18) \quad \hat{H}\psi_n = E_n \psi_n, \quad \text{получаем: } E\psi_n T_n = i\hbar \psi_n \frac{\partial T_n}{\partial t}, \quad \frac{dT_n}{T_n} = -i \frac{E_n}{\hbar} dt, \quad \text{откуда}$$

$$T_n(t) = \text{const} \exp\left(-i \frac{E_n}{\hbar} t\right), \quad (3.28)$$

Здесь для функции координат ψ_n записано уравнение на собственные значения. Это справедливо, если ψ_n – одна из собственных функций \hat{H} .

Уравнение на собственные значения оператора Гамильтона

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad (3.29)$$

называется стационарным уравнением Шредингера. В нем нет зависимости величин и функций от времени. Координатная часть ψ полной волновой функции Ψ называется стационарной волновой функцией. Среднее значение энергии в произвольном стационарном состоянии $E = \int \psi^* \hat{H} \psi dV$.

§ 3.8 Частица в бесконечно глубокой потенциальной яме

Рассмотрим задачу о частице, находящейся в яме со стенками бесконечной высоты, изображенной на рисунке 3.2:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x < l \\ \infty, & x \geq l \end{cases} \quad (3.30)$$

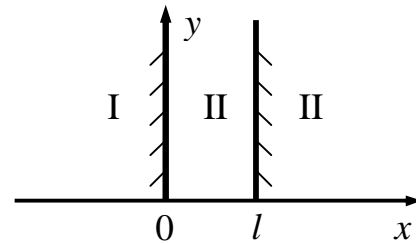


Рис. 3.2

В области I и III частица находиться не может, поэтому рассматриваем только область II. На границах области волновая функция удовлетворяет условиям:

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (3.31)$$

Стационарное уравнение Шредингера здесь имеет вид $-\frac{\hbar^2}{2m} \psi'' = E\psi$. Его решение в общем виде записывается как

$$\psi = A \sin kx + B \cos kx, \quad (3.32)$$

где $k = \sqrt{2mE}/\hbar$, A и B – произвольные постоянные. Граничные условия (3.31) дают: $\psi(0) = 0$, т.е. $B = 0$; $\psi(l) = 0$, т.е. $A \sin kl = 0$. Это означает, что $kl = \pi n$ ($n = \pm 1; \pm 2; \dots$). Учитывая выражение для k , получаем значения энергии:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2. \quad (3.33)$$

Условие нормировки (3.4) в одномерном случае дает $A^2 \int_0^l \sin^2(kx) dx = 1$, откуда $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$. Окончательно волновая функция имеет вид:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (3.34)$$

Минимальное значение энергии $E_{\min} = E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$. Число узлов волновой функции (точек, где она обращается в нуль) равно $(n - 1)$. Число n определяет уровни энергии. Оно называется главным квантовым числом.

§ 3.9 Прохождение частицы через барьер

Пусть частица, движущаяся слева направо, встречает потенциальный барьер (рис. 3.3). По классическим законам если энергия частицы E превышает высоту барьера U_0 , то она проходит в область III беспрепятственно. Если $E < U_0$, то она отражается от стенки $x = 0$.

В квантовом случае частица в обоих случаях может отразиться или перейти в область III. Рассмотрим случай, когда $E < U_0$. Уравнение Шредингера имеет вид:

$$1. \text{ области I и III} \quad \psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (3.35)$$

$$2. \text{ Область II} \quad \psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0 \quad (3.36)$$

Решение (3.29) в областях I, II, III имеет вид:

$$\psi_1 = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \quad k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \quad \text{Обл. I} \quad (3.37)$$

$$\psi_3 = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx} \quad k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \quad \text{Обл. III} \quad (3.38)$$

$$\psi_2 = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x} \quad \beta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \quad \text{Обл. II} \quad (3.39)$$

Решения вида e^{ikx} соответствует волне, бегущей вправо, так как полная волновая функция имеет вид $\psi(x, t) = \text{const} e^{ikx} e^{-i\omega t} = \text{const} e^{-i(\omega t - kx)}$, а это - плоская волна, бегущая со скоростью $v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} > 0$. В (3.38) отбросим второе слагаемое, считая, что частица движется вправо после преодоления барьера.

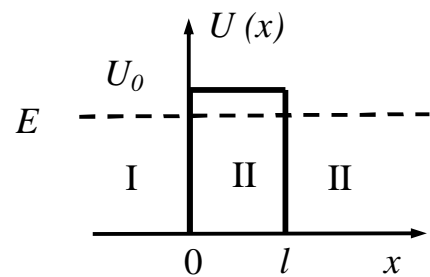


Рис. 3.3.

Граничные условия (условия сопряжения) в точках $x = 0$, и $x = l$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= \psi_2(0) & \psi_2(l) &= \psi_3(l) \\ \psi'_1(0) &= \psi'_2(0) & \psi'_2(l) &= \psi'_3(l) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Отсюда следует:

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \quad 1 + b_1 = a_2 + b_2 \quad (3.41)$$

$$A_2 e^{\beta l} + B_2 e^{-\beta l} = A_3 e^{ikl} \quad a_2 e^{\beta l} + b_2 e^{-\beta l} = a_3 e^{ikl} \quad (3.42)$$

$$ikA_1 - ikB_1 = \beta A_2 - \beta B_2 \quad i - ib_1 = na_2 - nb_2 \quad (3.43)$$

$$\beta A_2 e^{\beta l} - \beta B_2 e^{-\beta l} = ikA_3 e^{ikl} \quad na_2 e^{\beta l} - nb_2 e^{-\beta l} = ia_3 e^{ikl} \quad (3.44)$$

где $a_i = \frac{A_i}{A_1}$, $b_i = \frac{B_i}{A_1}$, $n = \frac{\beta}{k} = \sqrt{\frac{U_0 - E}{E}}$.

Коэффициентом отражения и прохождения называются величины

$$R = \left| \frac{B_1}{A_1} \right|^2 = |b_1|^2 \quad \text{и} \quad D = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = |a_3|^2, \quad R + D = 1 \quad (3.45)$$

Найдем коэффициент прохождения D , для этого умножим (3.41) на i и сложим с (3.43):

$$2i = (n + i)a_2 - (n - i)b_2 \quad (3.46)$$

Далее умножим (3.42) на i и вычтем его из (3.44)

$$(n - 1)e^{\beta l} a_2 - (n + i)e^{-\beta l} b_2 = 0 \quad (3.47)$$

Решив (3.46) и (3.47), найдём:

$$a_2 = \frac{2i(n + i)e^{-\beta l}}{(n + i)^2 e^{-\beta l} - (n - i)^2 e^{\beta l}}, \quad b_2 = \frac{2i(n - i)e^{\beta l}}{(n + i)^2 e^{-\beta l} - (n - i)^2 e^{\beta l}} \quad (3.48)$$

Подставив это в (3.42), получим $a_3 = \frac{4ni}{(n + i)^2 e^{-\beta l} - (n - i)^2 e^{\beta l}} e^{-ikl}$. Чаще всего

$\beta l = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar} l \gg 1$, тогда $a_3 \approx -\frac{4nie^{-ikl}}{(n - i)^2} e^{-\beta l}$. Коэффициент прохожде-

ния

$$D = |a_3|^2 \approx \frac{16n^2}{(n^2 + 1)^2} e^{-2\beta l}, \quad n^2 = \frac{U_0 - E}{E} \quad (3.49)$$

Выражение $\frac{16n^2}{(n^2 + 1)^2} \sim 1$ (его максимум равен 4), тогда

$$D \approx e^{-2\beta L} = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} l\right] \quad (3.50)$$

Для произвольного барьера $U(x)$:

$$D \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right] \quad (3.51)$$

Здесь a и b классические точки остановки. Прохождение частицы через барьер, больший, чем ее энергия, называется туннельным эффектом.

§ 3.10 Гармонический осциллятор

Гармоническим осциллятором называется любая система, способная совершать гармонические колебания. В классической механике энергия осциллятора дается выражением $E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x^2$. В квантовой механике соответствующий оператор Гамильтона имеет вид:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \frac{m\omega^2}{2} x^2$$

Тогда уравнение Шредингера для осциллятора запишется в виде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \psi'' + \frac{m\omega^2}{2} x^2 \psi = E\psi \quad (3.52)$$

Это одномерное уравнение, так как для простоты, считаем осциллятор одномерным. Перейдем к новой переменной $\xi = \frac{x}{x_0}$, тогда $\frac{d}{dx} = \frac{d}{d\xi} \frac{1}{x_0}$,

$$\frac{d^2}{dx^2} = \frac{d^2}{d\xi^2} \frac{1}{x_0^2}. \text{ Следовательно } -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{x_0^2} \psi''_{\xi\xi} + \frac{m\omega^2}{2} \xi^2 x_0 \psi - E\psi = 0. \text{ Раз-}$$

делим уравнение на $\frac{\hbar\omega}{2}$: $-\frac{\hbar}{m\omega} \frac{1}{x_0^2} \psi''_{\xi\xi} + \left(\frac{m\omega}{\hbar} \xi^2 x_0^2 - \frac{2E}{\hbar\omega}\right) \psi = 0$. Удобно

принять $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$; $\lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}$. В итоге получим:

$$\psi + (\lambda - \xi^2) \psi = 0 \quad (3.53)$$

Конечные, непрерывные и однозначные решения (3.53) существуют только при

$$\lambda = 2n + 1 \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (3.54)$$

причем

$$\psi_n(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi), \quad (3.55)$$

где $H_n(\xi) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n}$ – полиномы Чебышева-Эрмита. Множитель здесь выбран так, чтобы $\psi_n(\xi)$ была нормирована по ξ .

Переходя к x и нормируя по x ($x = x_0 \xi$), получим:

$$\Psi_n(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}}{\sqrt{x_0}} H_n\left(\frac{x}{x_0}\right) \quad (3.56)$$

Из условия (3.54) получаем значения энергии:

$$\frac{2E}{\hbar\omega} = 2n + 1, \quad E = \hbar\omega(n + 1/2) \quad (3.57)$$

Особенность этого выражения заключается в наличии у осциллятора "нулевой" энергии – минимальной энергии, которую невозможно забрать у него. Это существенно отличает квантовый осциллятор от классического. Уровни энергии квантового осциллятора эквидистанты. Расстояние между уровнями $\hbar\omega$.

Решение задачи об осцилляторе имеет большое значение для теории излучения, теории атомных колебаний в твёрдом теле и других.

§ 3.11 Момент импульса

Из соотношений неопределённости следует вывод, что одновременно измеримыми могут быть только квадрат момента импульса и одна из его проекций. Из законов механики следует, что в поле центральной силы (которая зависит только от расстояния до силового центра) момент импульса сохраняется. Поэтому решение задачи о моменте импульса удобно рассматривать в сферической системе координат r, θ, φ . Операторы квадрата момента и z -проекции имеют вид:

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right), \quad (3.58)$$

$$\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}. \quad (3.59)$$

В выражении (3.58) справа в скобках стоит угловая часть оператора Лапласа в сферических координатах (без множителя r^{-2}). Уравнение на собственные значения M^2 имеет вид:

$$\hat{M}^2 \psi = M^2 \psi. \quad (3.60)$$

Это уравнение можно преобразовать, используя подстановку $\lambda = \frac{M^2}{\mathbf{h}^2}$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \lambda \psi = 0 \quad (3.61)$$

Это уравнение хорошо известно в теории шаровых функций. Его решения, удовлетворяющие требованиям конечности, однозначности и непрерывности существуют только при

$$\lambda = l(l+1), \quad (3.62)$$

где l – натуральное число. При каждом таком l существует $(2l+1)$ решений:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(l-|m|)!(2l+1)}{4\pi(l+|m|)!}} P_l^{|m|}(\cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (3.63)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

$$P_l^{|m|}(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \frac{d^{|m|}}{dx^{|m|}} P_l(x), \quad x = \cos \theta. \quad (3.64)$$

Здесь $P_l(x)$ – полином Лежандра.

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} [(x^2-1)^l]. \quad (3.65)$$

Функции (3.63) ортогональны и нормированы к 1:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_{l'm'}^* Y_{lm} \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (3.66)$$

Из (3.62) следует, что $M^2 = \mathbf{h}^2 l(l+1)$,

$$M = \mathbf{h} \sqrt{l(l+1)}. \quad (3.67)$$

Каждому значению M^2 соответствует $(2l+1)$ функций $\psi_{em} = Y_{em}$. В этом случае говорят, что состояние ψ_{em} $(2l+1)$ -кратно вырождено. Уравнение для собственных значений \hat{M}_z имеет вид:

$$-i\mathbf{h} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = M_z \psi. \quad (3.68)$$

Вследствие одновременной измеримости \hat{M} и \hat{M}_z они имеют одинаковые собственные функции. Множитель, зависящий от φ , равен $\exp(im\varphi)$. Тогда получим:

$$-i\mathbf{h}_{im} \cdot \psi_{em} = M_z \psi_{em}, \quad M_z = \mathbf{h}m. \quad (3.69)$$

Число l называется азимутальным, а m – магнитным квантовыми числами.

Если система состоит из нескольких частиц, то ее момент

$$M = \mathbf{h}\sqrt{L(L+1)}, \quad (3.70)$$

где L – азимутальное квантовое число результирующего момента.

§ 3.12 Атом водорода

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижного ядра с зарядом Ze и движущегося вокруг него электрона. Если $Z = 1$, то это атом водорода, если $Z > 1$, то – водородоподобный ион (He^+ , Li^{++} и т.д.).

Потенциальная энергия электрона в поле ядра $U = -\frac{Ze^2}{r}$, где r – расстояние от электрона до ядра. Уравнение Шредингера имеет вид:

$$-\frac{\mathbf{h}^2}{2m} \Delta \psi - \frac{Ze^2}{r} \psi = E \psi. \quad (3.71)$$

В сферической системе координат оператор Лапласа имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] = \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{M^2}{r^2 \mathbf{h}^2}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Здесь M^2 – оператор квадрата момента. Таким образом, уравнение Шредингера можно записать в виде

$$-\frac{\mathbf{h}^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{M^2}{2mr^2} \psi - \frac{Ze^2}{r} \psi = E \psi \quad (3.73)$$

Величины энергии и квадрата момента импульса одновременно измеримы. Поэтому они имеют с точностью до множителя, зависящего от r , одинаковые собственные функции.

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (3.74)$$

Тогда $M^2 \psi = R(r) M^2 Y_{lm}(\theta, \varphi) = R(r) \mathbf{h}^2 l(l+1) Y_{lm}.$ (3.75)

Подставив (3.75) в (3.73) после сокращения на Y_{lm} , получим

$$-\frac{\mathbf{h}^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - \frac{\mathbf{h}^2 l(l+1)}{2mr^2} R(r) - \frac{Ze^2}{r} R(r) = E R(r). \quad (3.76)$$

Решения уравнения (3.76) существуют только при следующих значени-

ях E (дискретный спектр):

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{2\hbar^2 n^2}, \quad (3.77)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. Число n определяет энергию системы, поэтому называется главным квантовым числом. Собственные функции имеют вид:

$$\Psi_{lm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi); \quad R_{nl}(r) = -\frac{2}{n^2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{[(n+l)!]^3}} e^{-\frac{Zr}{na}} \left(\frac{2Zr}{na}\right)^l L_{n+l}^{2l+1}\left(\frac{2Zr}{na}\right), \quad (3.78)$$

$a = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м, $L_{n+l}^{2l+1}(x)$ – обобщённые полиномы Лагерра.

Приведем некоторые первые функции $\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ при $Z = 1$.

$$\begin{aligned} \Psi_{100} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{r}{a}}, & \Psi_{200} &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-\frac{r}{2a}}, \\ \Psi_{210} &= i\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \cos \theta, & \Psi_{21\pm 1} &= \pm \sqrt{\frac{3}{16\pi}} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \sin \theta e^{\pm i\varphi}. \end{aligned}$$

Число l применительно к этому случаю называют орбитальным.

§ 3.13 Спектр атома водорода

Состояния с одинаковой энергией называются *вырожденными*, а их число, соответствующее данному уровню энергии, – *кратностью вырождения*. Поскольку числа l и m принимают значения $l = 0, 1, \mathbf{K}, n-1$, $m = -l, -l+1, \mathbf{K}, 0, \mathbf{K}, l-1, l$, то кратность вырождения уровней энергии в атоме водорода равна $\sum_0^{n-1} (2l+1) = n^2$.

Состояния с различными значениями орбитального числа l обозначают следующими буквами: $l = 0 - s$; $l = 1 - p$; $l = 2 - d$; $l = 3 - f$; $l = 4 - g$; $l = 5 - h$. Таким образом, состояние электрона можно обозначить, задав числа n и l ; например: $1s$; $2s$; $2p$; $3s$; $3p$; $3d$ и т. д.

При переходе электрона с нижнего на верхний уровень атом поглощает энергию. Это происходит вследствие различных причин (тепловое соударение атомов, удары энергетических электронов, поглощение фотонов). При обратном переходе атом излучает квант света. Во всех случаях должно выполняться правило отбора: возможны только переходы, когда число l меняется на единицу, т. е. $\Delta l = \pm 1$.

Таковыми переходами могут быть, например $np \rightarrow 1s$, $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$ и др. Энергия кванта равна

$$h\nu = E_n - E_k. \quad (3.79)$$

Подставив сюда значения энергии из (3.77), найдем:

$$\nu = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad k > n, \quad (3.80)$$

где $R = \frac{e^4 m}{4\pi \hbar^3}$ – постоянная Ридберга-Ритца $R = 3,27 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

Выражение (3.80) называется обобщенной формулой Бальмера. Подставляя вместо n числа 1, 2, 3, 4, 5, получим серии линий излучения атома водорода, которые имеют названия: $n = 1$ – серия Лаймана; $n = 2$ – серия Бальмера; $n = 3$ – серия Ритца-Пашена; $n = 4$ – серия Бреккета; $n = 5$ – серия Пфунда.

Линии серий с $n = 3, 4, 5$ лежат в инфракрасной области. Величина $\frac{E_n}{\hbar}$ называется спектральным термом. Циклическая частота излучения равна разности соответствующих термов.

§ 3.14 Спин. Тождественность частиц

О. Штерн и В. Герлах, проводя прямые измерения магнитных моментов, обнаружили, что узкий пучок атомов водорода, находящихся в s -состоянии, в неоднородном магнитном поле расщепляется на два пучка. Кроме того, при исследовании спектров атомов щелочных металлов и водорода приборами с высокой разрешающей способностью было установлено, что спектральные линии обнаруживают тонкую структуру, т. е. состоят не из отдельных линий, а из дуплетов (2 линии), триплетов (3 линии) и т.д.

Для объяснения этих фактов Д. Уленбек и С. Гаудсмит предположили, что электрон обладает собственным механическим моментом, не связанным с его движением в пространстве – спином. Спин – чисто квантовое свойство электрона и некоторых других частиц. Он квантуется по закону

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (3.81)$$

где s – спиновое квантовое число, оказывающееся равным 1/2. Проекция спина на выделенное направление (например, направление магнитного поля)

$$M_{sz} = \hbar m_s$$

где m_s – магнитное спиновое квантовое число, $m_s = \pm 1/2$.

В классической механике любые частицы, даже одинаковые по природе, можно различить по их положениям в пространстве и импульсам. Можно проследить за движением каждой из них, используя понятие траектории. В квантовой механике этого сделать нельзя, т.к. частицы не обладают траекторией. Поэтому здесь одинаковые (тождественные) частицы принципиально неразличимы.

Если взять, например, систему из двух частиц, то квадрат ее волновой функции определяет плотность вероятности нахождения частиц в определенных местах пространства. Учитывая принцип их неразличимости, можно записать

$$|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = |\psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)|^2, \quad (3.82)$$

где \mathbf{r}_i – координаты частиц.

Эта ситуация выполнима если

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \pm \psi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1). \quad (3.83)$$

Знак “+” отвечает симметричной функции и относится к частицам с целым спином $s = 0, 1, \mathbf{K}$. Такие частицы называют *бозонами*. Знак “–” относится к антисимметричной функции, и частицы называются *фермионами*. Их спин полуцелый $s = 1/2, 3/2, \mathbf{K}$. Коллективное поведение этих двух сортов частиц описывается различными законами.

§ 3.15 Принцип Паули. Периодическая система элементов

Состояние электронов в атоме можно характеризовать совокупностью квантовых чисел: n, l, m, m_s . Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Отсюда следует, что *два одинаковых фермиона не могут находиться в одинаковых квантовых состояниях*. Это положение известно как принцип Паули.

Поскольку электроны являются фермионами, то их распределение в атоме подчиняется принципу Паули. При этом электроны с увеличением заряда ядра последовательно заполняют состояния с увеличивающейся энергией. С учетом двух возможных ориентаций спина кратность вырождения уровней равна $2n^2$, это дает максимальное количество электронов на первом уровне – 2, на втором – 8 и т.д. Последовательность заполнения определяется возрастанием энергии.

$$1s^2 \rightarrow 2s^2 \rightarrow 2p^6 \rightarrow 3s^2 \rightarrow 3p^6 \rightarrow 4s^2 \rightarrow 3d^{10} \rightarrow 4p^6 \rightarrow 5s^2 \rightarrow \\ \rightarrow 4d^{10} \rightarrow 5p^6 \rightarrow 6s^2 \rightarrow 4f^{14} \rightarrow 5d^{10} \rightarrow 6p^6 \rightarrow 7s^2 \rightarrow 5f^{14} \rightarrow 6d^{10} \rightarrow 7p^6,$$

где степень над символом указывает количество электронов на подоболочке.

Химические свойства атомов связаны со строением внешних электронных оболочек. Поскольку заполнение их происходит последовательно от элементов с малыми порядковыми номерами Z до элементов с большими номерами, ряд атомов делится на периоды по заполнению внешних орбиталей. Такие периоды обладают сходными химическими свойствами. На основе этого все элементы можно располагать в виде периодической системы. Таковую систему предложил Дмитрий Иванович Менделеев. В настоящее время в неё входит более 118 элементов.

§ 3.16 Спонтанное и вынужденное излучение

Атом вещества может находиться только в квантовых состояниях с дискретными уровнями энергии E_1, E_2, \dots . Если на вещество падает свет с частотой, соответствующей переходу между какими либо уровнями E_1 и E_2 (E_1 – невозбуждённый уровень), то часть его поглотится атомами, которые переходят при этом в возбуждённые состояния с уровнем энергии E_2 . Обратный переход в невозбужденное состояние может осуществляться самопроизвольно (спонтанно) или вынужденно (индуцированно) под воздействием падающего света. В первом случае атом излучает фотоны независимо друг от друга, так что характеристики отдельных фотонов никак между собой не совпадают. Одинаковой является только частота $\omega = (E_2 - E_1)/\hbar$. Во втором случае излученные фотоны имеют характеристики, полностью идентичные фотону, индуцировавшему это излучение. Полностью тождественные фотоны имеют одинаковые частоту, фазу, поляризацию, направление распространения. Впервые на возможность вынужденного излучения указал Эйнштейн. На основе этого он дал другой вывод формулы Планка.

В состоянии термодинамического равновесия количество переходов атомов с поглощением и излучением фотонов одинаково. Поэтому падающий на вещество свет не увеличивает своей интенсивности. Распределение атомов по энергиям подчиняется формуле Больцмана.

$$n_i = n_0 \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right). \quad (3.84)$$

Поэтому количество атомов в основном состоянии всегда больше, чем в возбуждённом. Для того чтобы волна, проходя через вещество, усиливалась, необходимо, чтобы число переходов с излучением преобладало над числом переходов с поглощением. Для этого необходимо, чтобы количество возбуждённых атомов было больше чем атомов в основном состоянии. В этом случае говорят об инверсной заселённости соответствующих уровней. Среда с инверсной заселённостью называется *активной*. Такому состоянию среды согласно (3.84) формально соответствует отрицательная температура.

Создание в среде инверсной заселённости называют накачкой. Она может осуществляться электрическим, оптическим, химическим, тепловым и другими способами. Активная среда, при определённых условиях, может усиливать падающее на неё излучение.

§ 3.17 Принцип работы лазера

Принцип генерации и усиления волн с использованием активной среды реализован в работе квантовых генераторов – лазеров. Слово “лазер” образовано из первых букв полного английского названия “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation” (усиление света посредством индуцирован-

ного излучения). В качестве активных сред используются кристаллы стекла, газы, жидкости, полупроводники, плазма, Режим генерации может быть импульсным или непрерывным.

Первый лазер был создан в 1961 г. на рубине. Рубин – это кристалл корунда (Al_2O_3), в котором небольшая часть (0,05%) ионов алюминия замещена ионами хрома Cr^{3+} , придающими рубину розовый или красный цвет. Кристаллы рубина, используемые в лазерах, выращиваются искусственно. В качестве накачки используется свет ксеноновой лампы. Она спирально обвивает кристалл или располагается в виде трубки вдоль фокальной линии внутри зеркального эллиптического цилиндра, вдоль другой фокальной линии которого находится стержень рубина.

При освещении рубина светом со спектром близким к белому ионы хрома переходят с основного уровня 1 на широкий уровень 3 (см. рис. 3.4). После промежутка времени $\sim 10^{-8}$ с электроны переходят на уровень 2 , отдавая избыточную энергию на нагревание решетки. Переход с уровня 2 на основной уровень 1 запрещен правилами отбора. Поэтому электроны на нем задерживаются на большое по атомным масштабам время ($\sim 10^{-3}$ с). Это обстоятельство позволяет создать инверсную заселенность уровня 2 по отношению к уровню 1 .

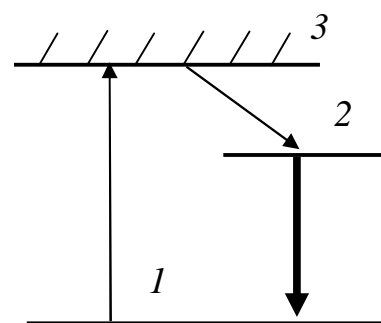


Рис. 3.4.

Каждый фотон, родившийся при спонтанном переходе $2 \rightarrow 1$, может создать множество вынужденных переходов. Торцы стержня делают зеркальными, покрывая их слоем серебра, причем один отражает лучи полностью, а другой частично их пропускает, чтобы излучение могло выйти наружу. Все лучи, идущие под углом к оси кристалла, в конечном итоге уходят из него и рассеиваются. Луч, идущий вдоль оси, после многократного отражения от торцов создает лавину индуцированных фотонов, что значительно увеличивает его интенсивность. Вследствие тождественности всех таких фотонов луч строго монохроматичен и поляризован.

Энергия, излучаемая за один импульс, составляет 1-2 Дж. Она зависит от объема стержня. Его размеры достигают в диаметре 1,5-2 см и в длину до 20-30 см. Импульс длится около 10^{-3} с. Следовательно, мощность равна порядка 2 кВт.

С целью увеличения мощности необходимо на время отключать обратную связь (убирать зеркала) и вводить ее только во время излучения, чтобы создавалась к этому моменту значительная перезаселенность уровней. Для этого используют, например, вращающуюся отражательную призму, либо специальные фильтры, которые просветляются только при достаточной интенсивности излучения, включая тем самым обратную связь. Это позволяет увеличить интенсивность импульса и уменьшить его длительность до 10^{-7} - 10^{-8} с. При этом развивается мощность до 200 МВт. Дальнейшее увеличение мощности может быть достигнуто усилением света в каскаде из несколько последовательно

расположенных лазеров. Первый из них является генератором, остальные – усилителями импульса. Каждый импульс состоит из серии более коротких импульсов. Мощность одного такого импульса длительностью 10^{-4} – 10^{-12} с может достигать 10^{13} МВт. Большая мощность лазерного импульса достигается за счет его короткой длительности.

Из других твердых материалов, применяемых в качестве активных сред, можно отметить неодимовое стекло и флюорит кальция (CaF_2) с примесью редкоземельных элементов. Рубиновый лазер дает излучение с длиной волны $\lambda = 694$ нм, неодимовый – $\lambda = 1,06$ мкм, с флюоритом кальция и диспрозием – $\lambda = 2,36$ мкм. Из газовых лазеров отметим гелий-неоновый лазер. Накачка возбуждает атомы гелия, которые передают энергию атомам неона, переводя их на инверсно заселенный уровень. Излучение возникает за счет вынужденного перехода атомов неона в основное состояние.

§ 3.18 Использование лазерного излучения.

Лазерное излучение обладает следующими свойствами:

1. Высокая временная и пространственная когерентность. Длина когерентности составляет $\sim 10^5$ м, что на семь порядков выше, чем для обычных источников света.
2. Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м).
3. Высокая плотность потока энергии.
4. Очень малое угловое расхождение лучей в пучке. Оно достигает дифракционного предела $\Delta\Theta = \lambda/D$, где D – ширина пучка.

КПД лазеров изменяется в широких пределах – от долей процента до нескольких их десятков.

Некоторые применения лазеров

1. Обработка, резание, сварка твердых материалов.
2. Обнаружение дефектов в изделиях.
3. Бескровный скальпель в хирургических операциях.
4. Получение сверхчистых материалов.
5. Разделение изотопов химических веществ.
6. Получение высокотемпературной плазмы.
7. Создание голографических систем.
8. Точные геометрические измерения в лазерных интерферометрах.
9. Точные системы наведения орудий и ракет

В настоящее время область практического использования лазерного излучения непрерывно расширяется.

§ 3.19 Распределение Ферми и Бозе

Идеальный газ, состоящий из бозонов или фермионов, подчиняется различным функциям, описывающим его поведение. В этих случаях говорят о различных статических функциях – вероятностях распределения частиц по

состояниям с различной энергией.

В термодинамике наряду с широко известными потенциалами вводится так называемый большой термодинамический потенциал Ω системы с переменным числом частиц. Он обладает тем свойством, что среднее число частиц в системе, равно производной от Ω по химическому потенциалу μ , взятой с обратным знаком. *Химическим потенциалом* системы называется энергия Гиббса, приходящаяся на одну частицу.

В статической физике получено выражение для большого потенциала:

$$\Omega = -kT \ln \sum_{n_k} \left[\exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right)^{n_k} \right], \quad (3.85)$$

где n_k – количество частиц в k -состоянии, T – абсолютная температура.

Для фермионов справедлив принцип Паули. Поэтому числа заполнения состояний $n_k = 0$, или $n_k = 1$. В этом случае выражение (3.85) имеет вид:

$\Omega = -kT \ln \left(1 + \exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right) \right)$. Среднее число частиц в k -состоянии

$$\bar{n}_k = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_k - \mu}{kT}\right) + 1}. \quad (3.86)$$

Эта формула называется распределением Ферми-Дирака.

Для бозонов ограничений числа частиц в состояниях нет. Поэтому в (3.85) необходимо просуммировать все значения $n_k = 0, 1, 2, \dots$. Если μ – величина отрицательная, то сумма представляет собой сумму бесконечного числа членов геометрической прогрессии со знаменателем $\exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right) < 0$. Такая прогрессия сходится. Её сумма равна

$$\sum_{n_k} \left(\exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right) \right)^{n_k} = \frac{1}{1 - \exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right)}, \text{ т. е. } \Omega = kT \ln \left(1 - \exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right) \right)$$

$$\bar{n}_k = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\mu - E_k}{kT}\right) - 1}. \quad (3.87)$$

Эта формула соответствует распределению Бозе-Эйнштейна.

§ 4.1 Типы связей в твердых телах

Кристаллические твёрдые тела по характеру межатомных сил делятся на ионные, ковалентные, молекулярные, металлические и кристаллы с водородной связью. Современные представления о природе сил связи в твёрдых телах основаны на квантово-механическом рассмотрении взаимодействия между электронами и ядрами атомов вещества. Экспериментальные исследования и теоретические расчёты показывают, что характер межатомного взаимодействия определяется строением внешних электронных оболочек атомов. Наличие стабильной связи предполагает, что энергия связи в твёрдом теле имеет минимум в данных условиях. Разность энергий данной конфигурации и конфигурации из изолированных атомов, удалённых друг от друга на большие расстояния, называется *энергией связи*. Эта энергия порядка 0,1-7 эВ на атом.

1. Связь Ван-дер-Ваальса

Это взаимодействие обусловлено тем, что атом ввиду наличия нулевых колебаний всегда имеет флуктуирующий дипольный момент. Взаимодействием этих моментов и обусловлена связь между нейтральными атомами или молекулами. Энергия взаимодействия

$$E(r) = -\frac{A}{r^6} + B \exp\left(-\frac{r}{\rho}\right). \quad (4.1)$$

Последний член может представляться и как Br^{-n} , где $n \approx 11 \div 12$. Эти связи не направленные, поэтому кристаллические структуры, образованные ими, бывают с максимальным числом соседей, т.е. плотноупакованные. Примеры: кристаллы Ne, Ar, Kr, Xe (ГЦК решетка). Другие примеры, когда силы связи между молекулами вандерваальсовы, а сами атомы в молекулах связаны более сильными связями – H₂, N₂, O₂.

2. Ковалентные связи (валентные, гомеополлярные.)

В этом случае образуются общие электронные орбитали, плотность электронов между атомами возрастает. Пример – связь между атомами водорода H₂. Связь образуется двумя электронами с противоположно направленными спинами. Ковалентная связь образуется у веществ: большинство органических соединений, вещества, где связь образуется между галогенами, некоторые элементы VI, V, IV групп. Возможны самые различные структуры кристаллической решетки, поскольку эти связи направленные. При изменении внеш-

них условий тип решетки таких веществ может изменяться. Эта способность твёрдого тела называется аллотропией или полиморфизмом.

3. Ионная связь.

Связь обусловлена взаимодействием между положительными и отрицательными ионами, находящимися в узлах решетки. Энергия связи двух атомов

$$E(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + B \exp\left(-\frac{r}{\rho}\right). \quad (4.2)$$

Последний член также можно написать как $B r^{-n}$, где $n \approx 11 \div 12$. Примеры ионных кристаллов: NaCl, LiF и т. д. В решетке катион Na^+ окружен 6 соседями Cl^- с расстоянием r_0 от него, 12 соседями Na^+ с расстоянием $\sqrt{2} r_0$, восемью ионами Cl^- с расстоянием $\sqrt{3} r_0$ и т. д. Таким образом, полная энергия, приходящаяся на пару ионов, равна сумме ряда

$$E_1 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} + \mathbf{L}\right) = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}. \quad (4.3)$$

Множитель α называется постоянной Маделунга. Её значение для NaCl – 1,748; KCl – 1,748; CsCl – 1,763. Полная энергия одной частицы:

$$E = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + B \exp\left(-\frac{r}{\rho}\right). \quad (4.4)$$

Если найдем производную от этого выражения и приравняем нулю при $r = r_0$, получим для B выражение $B = \frac{\alpha \rho e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \cdot \exp\left(\frac{r_0}{\rho}\right)$. Тогда

$$E_0 = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{r_0}\right). \quad (4.5)$$

Поскольку ρ составляет всего несколько процентов от равновесного расстояния между ионами r_0 , то E_0 приблизительно равна энергии Маделунга. Для ρ справедлива формула: $\frac{\rho}{r_0} = \left[2 + (72\pi\epsilon_0 r_0^4 / \alpha e^2 \beta)\right]^{-1}$, где β – объемная сжимае-

мость $\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP}$.

4. Водородная связь

Атом водорода может образовать специфическую связь с такими атомами как O, F, N. Такие связи есть, например, в воде. Именно они и являются силами, делающими лед твердым. Энергия связи порядка 0,1-0,6 эВ.

5. Металлическая связь.

В металлах валентные электроны всех атомов обобществляются, их волновые функции перестают быть локализованными. Атомные остовы становятся погруженными в электронный газ. Этот газ состоит из взаимодействующих частиц – электронов. Поэтому его называют Ферми-газом (или Ферми-жидкостью). Свойствами Ферми-газа объясняются высокая электро- и теплопроводность металлов. Металлическая связь ненаправленная. Если электроны проводимости рассматривать как однородный фон отрицательного заряда, а атомные остовы считать точечными, то энергия щелочного металла в расчете на 1 атом равна:

$$E(r_s) = \frac{9e^2}{40\pi\epsilon_0 r_s} + \frac{3\hbar^2}{10m_0 r_s^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3}, \quad (4.6)$$

где e , m_0 – заряд и масса электрона, r_s – радиус сферы Вигнера-Зейтца.

Характер связи влияет на физические свойства твердого тела. Чем прочнее связь, тем выше твердость, упругость, прочность, температура плавления тела, меньше его коэффициент температурного расширения. Наиболее прочными являются ковалентные и ионно-ковалентные кристаллы. Механические свойства металлов характеризуются широким разбросом (от очень прочных тугоплавких металлов до жидкой ртути). Ионные и ковалентные кристаллы имеют высокий показатель преломления и часто прозрачны в видимой части спектра. Металлы не прозрачны, хорошо отражают свет.

§ 4.2 Уравнение Шредингера для кристалла.

Кристалл представляет собой систему электронов, движущихся в поле ядер. Стационарное состояние кристалла описывается уравнением Шредингера:

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad (4.7)$$

где \hat{H} – оператор Гамильтона кристалла, $\psi = \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots)$ – собственная волновая функция, зависящая от координат всех электронов \mathbf{r}_i и ядер \mathbf{R}_α , E – собственное значение энергии.

Оператор Гамильтона включает в себя все виды энергии. В него входят следующие слагаемые.

1. Кинетическая энергия электронов:

$$\mathcal{E}_e = \sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \right), \quad (4.8)$$

где m – масса электрона, Δ – оператор Лапласа.

2. Кинетическая энергия ядер:

$$\mathcal{K}_e = \sum_{\alpha} \mathcal{K}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \left(-\frac{\mathbf{h}^2}{2M_{\alpha}} \Delta_{\alpha} \right), \quad (4.9)$$

где M_{α} – массы ядер.

3. Энергия попарного взаимодействия электронов:

$$\mathcal{U}_e = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \mathcal{U}_{ij}. \quad (4.10)$$

4. Энергия попарного взаимодействия ядер:

$$\mathcal{U}_z = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq \beta} \frac{Z_{\alpha} Z_{\beta} e^2}{4\pi\epsilon_0 |R_{\alpha} - R_{\beta}|} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq \beta} \mathcal{U}_{\alpha\beta}, \quad (4.11)$$

где $Z_{\alpha e}$ и $Z_{\beta e}$ – заряды ядер α и β .

5. Энергия взаимодействия электронов с ядрами:

$$\mathcal{U}_{ez} = - \sum_{i, \alpha} \frac{Z_{\alpha} e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_i - R_{\alpha}|} = \sum_{i, \alpha} \mathcal{U}_{i\alpha}. \quad (4.12)$$

6. Энергия всех частиц во внешнем поле:

$$\mathcal{V} = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots). \quad (4.13)$$

Тогда уравнение Шредингера для кристалла имеет вид:

$$(\mathcal{K}_e + \mathcal{K}_z + \mathcal{U}_e + \mathcal{U}_z + \mathcal{U}_{ez} + \mathcal{V})\psi = E\psi. \quad (4.14)$$

Это уравнение имеет $3(Z+1)N$ переменных, где N – число атомов в кристалле ($N \sim 10^{23}$). Уравнение (4.14) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных. Ясно, что такое уравнение не может быть решено в общем виде. Это связано не только с техническими трудностями вычислений, но имеет принципиальный характер, т.к. современная квантовая механика не имеет математического аппарата для решения задач системы большого числа частиц. Даже если бы это было возможно, то разобраться в физической сущности полученного решения было бы не менее проблематично.

§ 4.3 Приближенные методы решения уравнения Шредингера для кристалла.

Первое приближение учитывает различный характер движения легких электронов и тяжелых ядер. Для быстро движущихся электронов важно мгновенное положение ядер, в то время как на движение ядер должно оказы-

вать влияние усредненное распределение электронов. Поэтому в первом приближении для расчета электронной энергии атомы считаются неподвижными. В этом случае кинетическая энергия ядер равна нулю, а потенциальная энергия их взаимодействия – константа, которая выбором отсчета энергии может быть положена нулю. Тогда $T_z = 0$ и $U_z = 0$. Волновая функция электронов Ψ_e удовлетворяет теперь уравнению:

$$\hat{H}_e \Psi_e = E_e \Psi_e \quad (4.15)$$

где в отсутствие внешнего поля:

$$\hat{H}_e = \mathcal{T}_e + \mathcal{U}_e + \mathcal{U}_{ez}, \quad (4.16)$$

а E_e – энергия электронной подсистемы. Это первое приближение предложили Борн и Оппенгеймер, оно называется адиабатическим.

Идея второго приближения основана на замене взаимодействия всех электронов некоторым эффективным полем, действующим на каждый отдельный электрон. Следует отметить, что сам рассматриваемый электрон в свою очередь влияет на движение всех остальных. Поэтому поле, создаваемое всеми электронами, действующими на данный, определяется также и его движением. Такое поле называется самосогласованным. Указанное приближение предложил Хартри, и называется оно одноэлектронным. Выражение для самосогласованного поля имеет вид:

$$\mathcal{G}_i(\mathbf{r}_i) = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \int |\psi_j(\mathbf{r}_j)|^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} dV_j. \quad (4.17)$$

Его смысл заключается в следующем: $e/|\psi_j|^2$ – плотность заряда электронного облака j -го электрона в точке \mathbf{r}_j ; под интегралом стоит энергия взаимодействия i -го электрона с распределенным зарядом j -го электрона. После суммирования получаем полную энергию взаимодействия.

В результате использования этих приближений уравнение Шредингера для системы электронов распадается на совокупность однотипных уравнений для отдельных электронов:

$$\hat{H}_i \Psi_i = E_i \Psi_i, \quad (4.18)$$

где $\hat{H}_i = \mathcal{T}_{ei} + \mathcal{U}_{ezi} + \mathcal{G}_i$. Общая волновая функция системы электронов $\Psi_e = \Psi_1 \cdot \Psi_2 \cdot \dots \cdot \Psi_n$, а их полная энергия $E_e = E_1 + E_2 + E_3 + \mathbf{K} + E_n$, где n – общее число электронов.

Для дальнейшего решения электроны в кристалле могут считаться либо слабо связанными с атомами (приближение квазисвободных электронов), либо сильно связанными с атомами (приближение квазисвязанных электронов).

В обоих случаях решение задачи приводит к выводу о существовании у электронов интервалов разрешенных и запрещенных энергий, называемых зонами. Волновые функции электронов представляют собой промодулированные периодическим потенциалом решетки плоские волны

$$\psi = U_k(\mathbf{r}) \cdot e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.19)$$

называемые волнами Блоха. Вектор \mathbf{k} называется квазиволновым. От обычного волнового вектора его отличает то, что он является дискретным с близко расположенными значениями. $U_k(\mathbf{r})$ – модулирующая периодическая функция с периодом, равным периоду решетки.

§ 4.4 Зонная теория твердых тел.

Из решения уравнения Шредингера следует то, что энергия электронов в кристаллах имеет зонный характер. Каждую разрешенную зону можно считать образовавшейся из соответствующего атомного уровня. В пределах зоны энергия является квазинепрерывной, т. е. состоящей из колоссального числа подуровней с малым расстоянием между ними. На каждом таком подуровне может в соответствии с принципом Паули разместиться не более двух электронов с противоположными спинами. Таким образом, при температурах вблизи абсолютного нуля происходит последовательное заполнение электронами энергетических уровней.

Согласно этой концепции все твердые тела делятся на диэлектрики, полупроводники и металлы. С точки зрения проводимости электрического тока представляют интерес две последние зоны.

В типичных диэлектриках последняя целиком заполненная зона (валентная зона) отделена от ближайшей пустой (зона проводимости) запрещенной зоной, в которой электронных состояний нет. Для осуществления направленного движения электроны должны повысить свою энергию. Для этого они должны перейти на ближайший более высокий уровень. Но в валентной зоне эти переходы невозможны, т.к. все подуровни целиком заполнены. В зоне проводимости этих переходов также нет ввиду отсутствия там электронов. Поэтому диэлектрики не могут проводить электрический ток.

Аналогичная ситуация возникает и в полупроводниках. Отличие их от диэлектриков чисто количественное – ширина запретной зоны меньше. По этой причине полупроводники при низких температурах являются диэлектриками. При нагревании полупроводника отдельные электроны из валентной зоны могут перейти в зону проводимости, получив достаточную тепловую энергию флуктуационным путем, большую ширины запретной зоны. При этом в зоне проводимости появляется электрон, а в валентной зоне – вакантное место – дырка. Т.к. в целом каждая зона была электронейтральной, то электрон в зоне проводимости имеет отрицательный заряд, а дырка в валентной положительный. Для обоих из них есть возможность изменять свою

энергию, поэтому они создают ток, двигаясь по полю (дырка) или против поля (электрон). С увеличением температуры количество носителей тока очень быстро (экспоненциально) возрастает, что приводит к значительному увеличению электропроводности.

Такая проводимость проводников называется собственной. Она не является единственно возможной. Если в полупроводник ввести небольшое количество примесей, то они могут создать в запрещенной зоне уровни энергии, которые могут захватывать электроны из валентной зоны, оставляя там свободную дырку или теряя электрон, отдавая их в зону проводимости. Первый вид примеси называется акцепторной, второй – донорной. Так же называется и соответственный тип проводимости. Такая ситуация характерна, если примесь имеет валентность большую (донор) или меньшую (акцептор) чем атом основного материала полупроводника.

Типичными полупроводниками являются элементы IV, V, VI групп периодической системы, а также соединения A^3B^5 , A^2B^6 , где степень соответствует номеру группы. Это, например: Si, Ge, Se, Te, GaAs, InP, CdSn.

Металлами являются вещества, у которых зона проводимости заполнена частично или валентная зона и зона проводимости перекрываются между собой. Первый случай характерен, например, для щелочных металлов, второй для кальция, меди и т.д. В обоих случаях для возникновения тока электронам не нужно преодолевать барьер (безактивационный процесс). Проводимость является чисто электронной. Поэтому при рассмотрении проводимости металлов часто полагают электроны свободными.

§ 4.5 Классификация веществ по величине проводимости.

Реальные вещества характеризуются различной величиной проводимости. Все их принято делить на следующие.

- Проводники, если $\sigma \approx 10^7 \div 10^6$ Сим/м
- Полупроводники, если $\sigma \approx 10^6 \div 10^{-8}$ Сим/м
- Диэлектрики, если $\sigma \approx 10^{-8} \div 10^{-16}$ Сим/м

Металлы и многие сплавы в обычном состоянии являются проводниками и обладают высокой электропроводностью. Примеры приведены в таблице 1.

Таблица 4.1

вещество	σ , Сим/м
алюминий	$3,12 \cdot 10^7$
золото	$4,13 \cdot 10^7$
серебро	$6,03 \cdot 10^7$
нихром	$9 \cdot 10^5$

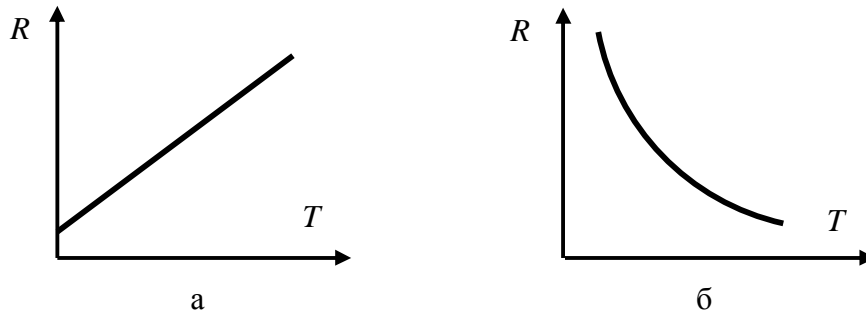


Рис. 4.1

Однако, существуют не только количественные, но и качественные различия между металлами, полупроводниками и диэлектриками. С изменением температуры сопротивление металлов растет:

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t), \quad (4.20)$$

где R_0 – сопротивление при $t = 0^\circ\text{C}$, α – термический коэффициент сопротивления. Для полупроводников имеет место зависимость:

$$R(t) = R_0 \exp(B/T), \quad (4.21)$$

где R_0 и B – параметры. Эти зависимости представлены на рис. 4.1, а и б соответственно.

§ 4.6 Квантовая теория свободных электронов.

Радикального упрощения достигают, полагая в уравнении Шрёдингера (4.18) потенциальную энергию электронов равной нулю.

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi. \quad (4.22)$$

Его решением являются плоские волны:

$$\psi = C \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (4.23)$$

Энергия принимает значения:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2). \quad (4.24)$$

Поверхности постоянной энергии в k -пространстве – сферы с центром в $k = 0$.

Граничные условия для (4.23) примем такими, чтобы волновая функция была неизменной на противоположных гранях металлического образца, взятого в форме куба. В этом случае для волновой функции запишем соотношение: $\psi(x, y, z) = \psi(x + L, y, z) + \psi(x, y + L, z) + \psi(x, y, z + L)$, что дает возможные значения k :

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{L}, \quad n_i \in Z. \quad (4.25)$$

На каждую точку k -пространства приходится объем $(2\pi/L)^3$. Плотность состояний, как и в случае равновесного излучения абсолютно черного тела имеет вид (2.22). Здесь число состояний также удваивается ввиду наличия у каждого электрона двух проекций спина: $g(k)dk = \frac{k^2}{\pi^2} dk$. С учетом (4.24) плотность состояний, выраженная через энергию, имеет вид:

$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}. \quad (4.26)$$

Вероятность заполнения электронами уровней энергии дается функцией Ферми – Дирака (3.86): $f(E) = \left(1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT} \right) \right)^{-1}$, где E_F – химический потенциал электронов, называемый энергией Ферми. Концентрацию электронов найдем из интеграла:

$$n = \int_0^{\infty} f(E)g(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{E^{1/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT} \right)}. \quad (4.27)$$

Под интегралом стоит произведение числа мест для электронов на вероятность занятия этих мест.

При $T = 0$ если мы будем заполнять систему электронами, то первые электроны займут энергию вблизи нулевого значения, другие – все большую, вплоть до E_F . Поскольку концентрация электронов всегда одинакова, ее легче найти при $T = 0$.

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{E_F} E^{1/2} dE = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2mE_{F0}}{\hbar^2} \right)^{3/2}. \quad (4.28)$$

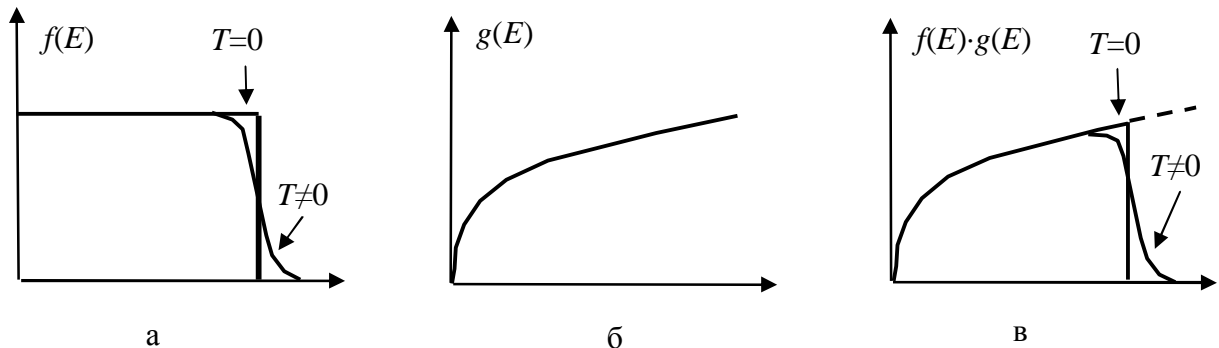


Рис. 4.2

Энергия Ферми при нулевой температуре:

$$E_{F0} = (3\pi^3 n)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m}. \quad (4.29)$$

По порядку величины E_F равна нескольким электрон-вольтам. Например, для натрия она составляет 3,1 эВ. Функции $f(E)$, $g(E)$ и произведение $f(E)g(E)$ для температур $T = 0$ и $T \neq 0$ представлены на рис. 4.2.

Интеграл в (4.27) принадлежит к семейству интегралов Ферми-Дирака $F_j(y_0) = \int_0^\infty \frac{y^j dy}{1 + \exp(y - y_0)}$. В металлах при обычных температурах $E_F \gg kT$, поэтому $F_j(y_0)$ можно выразить асимптотически для больших y_0 :

$$F_j(y_0) \approx \frac{y_0^{j+1}}{(j+1)} \left[1 + \frac{\pi^2 j(j+1)}{6y_0^2} + \dots \right]. \quad (4.30)$$

В (4.30) опущены слагаемые более высокого порядка малости по y_0^{-2} . Чтобы найти температурную зависимость энергии Ферми, приравняем выражения (4.27) и (4.28). Используя разложение степени по формуле Тейлора и оставляя только первые два слагаемых, получим:

$$E_F(T) = E_{F0} \left[1 - \frac{(\pi kT)^2}{12E_{F0}^2} \right]. \quad (4.31)$$

Изменение энергии Ферми с температурой очень мало. При повышении температуры энергия Ферми слегка уменьшается.

§ 4.7 Теплоемкость электронного газа

Полную энергию электронов в металле можно найти, умножив энергию одного электрона на количество состояний и на вероятность их заполнения, а далее проинтегрировав по всем значениям энергии:

$$U = \int_0^\infty E g(E) f(E) dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{E^{3/2}}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} dE \quad (4.32)$$

Используя (3.86), (4.26) и (4.30), получаем:

$$\int_0^{\infty} \frac{E^{3/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \approx \frac{2E_F^{5/2}}{5} \left[1 + \frac{5}{8} \left(\frac{\pi kT}{E_F} \right)^2 \right] \approx$$

$$\approx \frac{2E_{F0}^{5/2}}{5} \left[1 - \frac{5}{24} \left(\frac{\pi kT}{E_{F0}} \right)^2 \right] \cdot \left[1 + \frac{5}{8} \left(\frac{\pi kT}{E_{F0}} \right)^2 \right] \approx \frac{2E_{F0}^{5/2}}{5} \left[1 + \frac{5}{12} \left(\frac{\pi kT}{E_{F0}} \right)^2 \right]$$
(4.33)

что дает:

$$U = \frac{1}{5\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_{F0}^{5/2} \left[1 + \frac{5(\pi kT)^2}{12E_{F0}^2} \right]. \quad (4.34)$$

Взяв в (4.34) производную по температуре, получаем выражение для теплоемкости электронного газа:

$$c = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{1}{5\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_{F0}^{5/2} \frac{5\pi^2 k^2 T}{6E_{F0}^2} = \frac{\pi^2 k^2 n T}{2E_{F0}}. \quad (4.35)$$

Она оказывается линейной функцией температуры, что и имеет место в эксперименте. Таким образом, тепловую энергию способны воспринимать только электроны вблизи энергии Ферми. Остальные этого делать не могут, поскольку если бы они поглощали энергию, то они должны были бы переходить на более высокие энергетические уровни. Для электронов вдали от энергии Ферми этого сделать нельзя, поскольку ближайшие уровни энергии заняты и такие переходы запрещены принципом Паули.

§ 4.8 Теплоёмкость твёрдых тел. Классическая модель.

Молярной теплоёмкостью называется величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания одного моля вещества на один градус:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (4.36)$$

где ν – количество молей вещества. В зависимости от того, в каких условиях происходит процесс, различают теплоёмкость при постоянном давлении или объёме их называют изобарной и изохорной и обозначают соответственно C_p и C_v . Из термодинамики известно, что $C_p = C_v + \frac{TV\beta^2}{\chi}$, где β – коэффициент объёмного теплового расширения, χ – изотермическая сжимаемость. Обычно для твёрдых тел разница между C_p и C_v составляет всего 3-5%. Поэтому мы не будем их различать и писать просто C .

Пусть атом массы m колеблется относительно узла решетки с частотой

$\omega = \sqrt{\alpha/m}$, а жёсткость связи равна α . Энергия колебаний

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{\alpha x^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 + \omega^2 x^2).$$

Среднее значение энергии получится после усреднения по Больцману:

$$\langle E \rangle = \frac{\int E \cdot \exp(-E/kT) dv dx}{\int \exp(-E/kT) dv dx}. \quad (4.37)$$

Взяв в (4.37) интеграл, в пределах от 0 до ∞ , получим:

$$\langle E \rangle = kT. \quad (4.38)$$

Это значит, что на каждую колебательную степень свободы приходится энергия, равная kT . Это положение называется *законом равнораспределения*.

Если решётка моля вещества состоит из N_A атомов, то она имеет $3N_A$ степеней свободы, три из которых соответствуют поступательному движению её как целой, и три – вращательному. Поэтому колебательных степеней свободы получается $3N_A - 6$. Однако, учитывая, что N_A очень велико, можно считать, что колебательных степеней свободы $3N_A$. Тогда полная энергия решётки и её теплоёмкость равны:

$$U = 3N_A kT, \quad C = 3N_A k = 3R. \quad (4.39)$$

Последнее соотношение известно как *закон Дюлонга и Пти*. Если молекулы решётки состоят из нескольких атомов, то её теплоёмкость равна сумме теплоёмкостей, если бы она состояла из составляющих атомов (правило Неймана-Реньо).

§ 4.9 Теплоёмкость твёрдых тел. Модель Эйнштейна.

Классическое выражение для теплоёмкости прямо согласуется с экспериментом только при достаточно высоких температурах. При низких же, когда становятся существенными квантовые эффекты (длина волны де Бройля теплового движения атомов сравнима с расстоянием между ними) классическое рассмотрение неправомерно. Теплоёмкость в этих условиях зависит от температуры, уменьшаясь одновременно с последней.

Первая попытка объяснения этого была предпринята Эйнштейном (*Альберт Эйнштейн, физик-теоретик, 1879–1955, Нобелевская премия 1921 г. за вклад в теоретическую физику и, в особенности, за открытие закона фотоэлектрического эффекта*). Он считал, что кристалл представляет собой совокупность гармонических осцилляторов, колеблющихся с одной частотой ω_E (частота Эйнштейна). Энергия осциллятора без учёта нулевой, которая в то время еще не была известна:

$$\varepsilon = \hbar\omega_E n = n\varepsilon_E. \quad (4.40)$$

Повторяя выкладки, приведшие к формуле (2.28), получаем:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{kT}\right) - 1}. \quad (4.41)$$

Энергия моля вещества:

$$U = \frac{3N_A \hbar\omega_E}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{kT}\right) - 1}. \quad (4.42)$$

Найдём теплоемкость, дифференцируя (4.42) по T :

$$C = 3R \left(\frac{\hbar\omega_E}{kT} \right)^2 \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{kT}\right) \right) / \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega_E}{kT}\right) - 1 \right)^2. \quad (4.43)$$

Введем обозначение $\Theta_E = (\hbar\omega_E)/k$ – характеристическая эйнштейновская температура, тогда:

$$C = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (4.44)$$

Величина Θ_E порядка комнатной, частота ω_E порядка 10^{13} Гц. Рассматривая (4.44) при $T \gg \Theta_E$ и $T \ll \Theta_E$, приходим, к заключению, что в области высоких температур $C = 3R$, что согласуется с классической моделью. В области низких температур $C_V = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \exp\left(-\frac{\Theta_E}{T}\right)$. Последняя формула справедлива в области средних температур. В области же низких температур ($T < 0,2\Theta_E$) она не соответствует данным эксперимента.

§ 4.10 Теплоёмкость твёрдых тел. Модель Дебая.

Твердое тело представляет собой совокупность $3N_A$ связанных гармонических осцилляторов с разными частотами, так что средняя энергия осциллятора по-прежнему выражается формулой (4.41). Полная энергия решетки объема V :

$$U = V \int_0^{\omega_{\max}} \bar{\varepsilon} g(\omega) d\omega. \quad (4.45)$$

Здесь плотность состояний $g(\omega)$ имеет вид, подобный (2.24), но с учетом того, что число независимых поляризаций волн равно не двум, а трем (две продольные и одна поперечная), имеем:

$$g(\omega) = \frac{3\omega^2}{2\pi^2 v^3}. \quad (4.46)$$

Здесь v – определённым образом усредненная скорость звука. В (4.45) учитывается распределение осцилляторов по частотам колебаний. Нижний предел интегрирования можно считать равным нулю, а что касается верхнего, то Дебай предположил существование максимальной частоты ω_{\max} . Эта величина определяется из условия полного числа колебательных мод $3N_A$:

$$3N_A = V \int_0^{\omega_{\max}} g(\omega) d\omega. \quad (4.47)$$

Это даёт:

$$\omega_{\max} = \left(\frac{6\pi^2 N}{V} \right)^{1/3} \cdot v = (6\pi^2 n_0)^{1/3} v, \quad (4.48)$$

где n – плотность атомов. Подставим (4.46) в (4.45), получим:

$$\begin{aligned} U &= \int_0^{\omega_D} \left(\frac{3}{2\pi^2} \right) \frac{\hbar\omega^3}{v^3} V \frac{d\omega}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1} = \\ &= \frac{3k^4 T^4 V}{2\pi^2 \hbar^3 v^3} \int_0^{y_{\max}} \frac{y^3 dy}{\exp(y) - 1} = 9R\Theta_D \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^4 \cdot \int_0^{\Theta_D/T} \frac{y^3 dy}{\exp(y) - 1}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Дифференцируем (4.49) по T :

$$C = 9R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{y^4 e^y}{(e^y - 1)^2} dy. \quad (4.50)$$

В (4.49) и (4.50) использовано обозначение температуры Дебая $\Theta_D = \frac{\hbar\omega_{\max}}{k}$. Интеграл в (4.50) не берущийся. Для него существуют таблицы. Однако можно вычислить теплоёмкость в предельных случаях низких и высоких температур. При высоких температурах получаем $C = 3R$. При низких температурах верхний предел можно считать равным ∞ . Тогда используем значение известного несобственного интеграла $\int_0^{\infty} \frac{y^3}{e^y - 1} dy = \frac{\pi^4}{15}$, имеем:

$$U = \frac{3R\pi^4 T^4}{5\Theta_D^3}; \quad C = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3. \quad (4.51)$$

Полученная зависимость теплоемкости от температуры полностью соответствует экспериментальным данным. Температура Θ_D , фигурирующая в

выражении для теплоемкости, вообще говоря, зависит от температуры. В табл. 4.2 приведены значения температуры Дебая для некоторых веществ.

Таблица 4.2

Металл	Решетка	Θ_D	Металл	Решетка	Θ_D
Медь	ГЦК	342 К	Никель	ГЦК	427 К
Цинк	ГПУ	316 К	Свинец	ГЦК	102 К
Алюминий	ГЦК	423 К	Натрий	ОЦК	157 К

Формула (4.50) показывает, что теплоёмкость для разных веществ одинаково зависит от отношения Θ_D/T . Этот факт носит название *закона соответственных состояний*.

В металлах кроме решёточной теплоёмкости, есть также теплоёмкость, обусловленная электронным газом. Эта составляющая рассмотрена выше в § 4.7. Полная теплоемкость складывается из решеточной и электронной составляющей.

§ 4.11 Тепловое расширение кристаллов.

При изменении температуры кристаллы расширяются или сжимаются. Количественной характеристикой этих процессов является объёмный коэффициент расширения

$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$. Обычно $\beta > 0$, однако существует целый

ряд веществ с отрицательным значением β (висмут, чугун, вода при $0^\circ < t < 4^\circ\text{C}$). Объём при некоторой температуре равен:

$$V = V_0(1 + \beta\Delta t). \quad (4.52)$$

Можно ввести в рассмотрение и линейный коэффициент расширения $\beta' = \frac{1}{l} \left(\frac{dl}{dT} \right)_p$. Далее: $V = l^3 = l_0^3(1 + \beta'\Delta t)^3 = V_0(1 + 3\beta'\Delta t)$ т. е.

$$\beta = 3\beta'. \quad (4.53)$$

В случае анизотропных сред (монокристаллы) β является тензором второго ранга. Обозначим через χ сжимаемость:

$$\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T. \quad (4.54)$$

Связь между β , β' и теплоёмкостью дается соотношением Грюнайзена:

$$\beta = \chi\gamma C/V, \quad (4.55)$$

где C – теплоёмкость, γ – постоянная Грюнайзена, значение которой $\gamma \approx 2$ (например, у NaCl – 1.63, у Cu – 1.96).

§ 4.12 Электронно-дырочный (p-n) переход

Во многих областях современной электроники большую роль играет контакт двух полупроводников с различными n - и p -типами проводимости. Такой контакт называется *электронно-дырочным переходом* или (p - n)-переходом и используется для выпрямления переменных токов, и для генерирования и усиления высокочастотных токов.

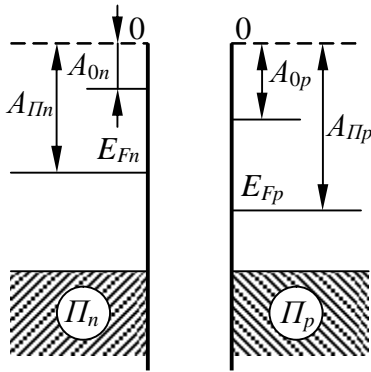


Рис 4.3

Рассмотрим, что происходит при контакте полупроводников с разным характером проводимости. Пусть *акцепторный* полупроводник p -типа Π_p , имеющий работу выхода $A_{\Pi p}$, приведен в контакт с *донорным* полупроводником n -типа Π_n , имеющим работу выхода $A_{\Pi n}$ (рис. 4.3). У полупроводника различают две работы выхода: *термодинамическую* A_{Π} , равную расстоянию от уровня Ферми E_F до нулевого уровня 0, и *внешнюю* A_0 , равную расстоянию от дна зоны проводимости до нулевого уровня 0. Процессы установления равновесия между провод-

никами определяются термодинамическими работами выхода, и поэтому под A_{Π} мы будем подразумевать именно эту работу выхода.

В полупроводнике n -типа основными носителями свободного заряда являются электроны; их концентрация значительно превышает концентрацию дырок ($n_n \gg n_p$). В полупроводнике p -типа основными носителями являются дырки ($n_p \gg n_n$). При контакте двух полупроводников n - и p -типов начинается процесс диффузии: дырки из p -области переходят в n -область, а электроны, наоборот, из n -области в p -область. В результате в n -области вблизи зоны контакта уменьшается концентрация электронов и возникает положительно заряженный слой. В p -области уменьшается концентрация дырок и возникает отрицательно заряженный слой. Таким образом, на границе полупроводников образуется двойной электрический слой, поле которого

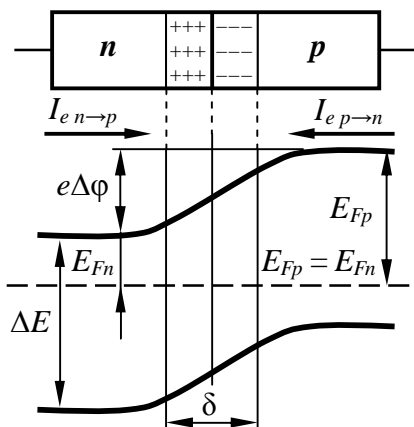


Рис. 4.4

препятствует процессу диффузии электронов и дырок навстречу друг другу (рис. 4.4). Этот процесс заканчивается, когда уровни энергий Ферми в обоих полупроводниках выравниваются ($E_{Fn} = E_{Fp}$) и система становится термодинамически равновесной, что означает равенство вероятности перехода электронов из электронного полупроводника на свободные уровни дырочного полупроводника вероятности такого же перехода дырок из дырочного полупроводника в электронный. Необходимость выравнивания энергий Ферми достаточно очевидна – если существует разность в положении уровней Ферми, то электроны будут для дос-

ществует разность в положении уровней Ферми, то электроны будут для дос-

тижения минимума энергии в системе перетекать с более высокого уровня на более низкий энергетический уровень. В результате между полупроводниками возникает контактная разность потенциалов $\Delta\phi$, такая что потенциальная энергия перехода $U_0 = e\Delta\phi = A_{\text{П}p} - A_{\text{П}n}$.

Пограничная область раздела полупроводников с разными типами проводимости (так называемый *запирающий слой*) обычно достигает толщины δ порядка десятков и сотен межатомных расстояний. Объемные заряды этого слоя создают между p - и n -областями *запирающее напряжение* U_z , приблизительно равное 0,35 В для германиевых (p - n)-переходов и 0,6 В для кремниевых.

В каждом из контактирующих полупроводников имеются носители тока обоих знаков – электроны проводимости и дырки. Они подразделяются на *основные* и на *неосновные*. Основные носители образуются за счет донорных или акцепторных примесей, а неосновные носители образуются за счет переброса путем теплового возбуждения небольшого числа электронов из валентной зоны примесного полупроводника в зону проводимости. При обычной температуре $kT \ll \Delta E$ (ΔE – ширина запрещенной зоны) и концентрация неосновных носителей во много раз меньше, чем основных. В n -полупроводнике основные носители – электроны проводимости, а неосновные – дырки в валентной зоне. В p -полупроводнике основные носители – дырки в валентной зоне, а неосновные – электроны проводимости.

Как указывалось выше, тепловое равновесие, устанавливающееся между двумя сторонами (p - n)-перехода, является динамическим, т.е. оно характеризуется потоком носителей, которые показаны на рис. 4.4. Обозначим электронный ток, текущий направо, через $I_{e\ n \rightarrow p}$, а текущий налево – через $I_{e\ p \rightarrow n}$. Переход электронов из n - в p -полупроводник связан с их “подъемом” до дна зоны проводимости p -полупроводника, т.е. с преодолением потенциального барьера высотой, равной $e\Delta\phi$. В состоянии равновесия некоторому количеству основных носителей удастся преодолеть потенциальный барьер, вследствие чего через переход течет небольшой ток $I_{e\ n \rightarrow p}$. Этот ток компенсируется встречным током неосновных носителей $I_{e\ p \rightarrow n}$. Неосновных носителей очень мало, но они легко “скатываются” с потенциального уступа. Равновесие устанавливается при такой высоте потенциального барьера, при которой оба тока компенсируют друг друга ($I_{e\ n \rightarrow p} = I_{e\ p \rightarrow n}$), поэтому результирующий ток через (p - n)-переход равен нулю. Сопротивление p - n -перехода резко меняется при приложении к нему внешнего электрического поля.

Если внешняя батарея напряжением U_e подключена положительным полюсом к n -области (так называемое *обратное смещение*, показанное на рис. 4.5, а), то края зон раздвигаются на величину $\Delta E_{pn} = e(\Delta\phi + U_e)$, и увеличивается ширина δ зон. При этом ток $I_{e\ p \rightarrow n}$, обусловленный неосновными носителями не меняется, а ток основных носителей $I_{e\ n \rightarrow p}$ экспоненциально падает, так как для них увеличился барьер на величину eU_e . Такое направление поля (и тока) вызывается *обратным* или *запирающим*.

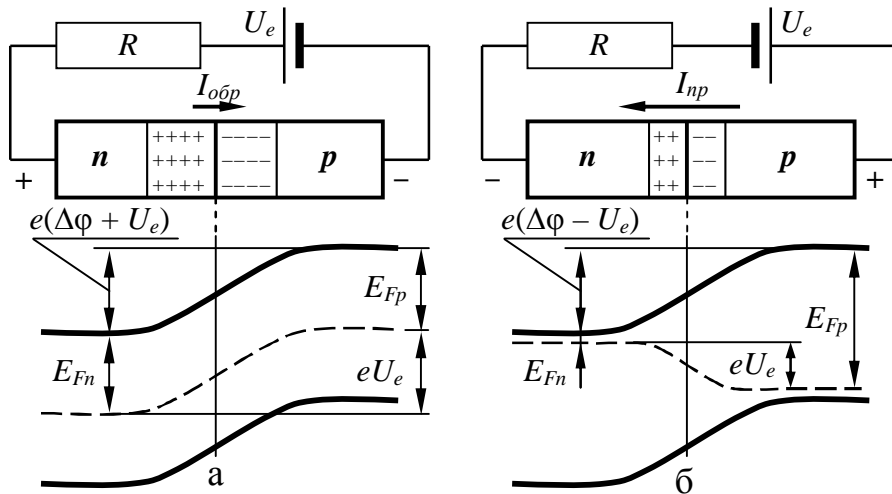


Рис. 4.5

При *прямом смещении*, когда положительный полюс внешнего источника подключен к p -области (рис. 4.5, б), разность $\Delta E_{pn} = e(\Delta\phi - U_e)$ и ширина δ зон уменьшаются. При этом, как и при обратном смещении, ток $I_{e p \rightarrow n}$ не меняется, но резко возрастает ток основных носителей $I_{e n \rightarrow p}$. Такое направление поля (и тока) называется *прямым* или *проводящим*

Суммарный ток через переход будет определяться выражением:

$$I_e = I_{e n \rightarrow p} - I_{e p \rightarrow n} = I_{0e} e^{-E/kT} (e^{\pm eU_e/kT} - 1), \quad (4.56)$$

где I_{0e} – константа, определяемая концентрацией свободных электронов, т.е. концентрацией донорных примесей; E – энергия возбуждения, необходимая электрону для попадания в зону проводимости с акцепторного уровня; k – постоянная Больцмана; знаки «+» и «-» перед U_e описывают случаи обратного или прямого смещения.

Мы подробно разобрали вклад электронов в ток через $(p-n)$ -переход при приложении внешнего электрического поля. Аналогичный вклад вносят и дырки. Поэтому результирующий ток через переход равен сумме токов электронов I_e и дырок I_p :

$$I = I_e + I_p = (I_{0e} + I_{0p}) e^{-E/kT} (e^{eU_e/kT} - 1) = I_0 (e^{eU_e/kT} - 1), \quad (4.57)$$

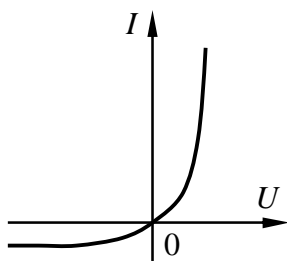


Рис. 4.6

где I_0 определяется концентрациями акцепторных и донорных примесей и температурой.

Таким образом, вольтамперная характеристика $(p-n)$ -перехода, т.е. зависимость тока от приложенного напряжения смещения, оказывается резко асимметричной, как это показано на рис. 4.6. При подаче на $(p-n)$ -переход переменного напряжения он пропускает ток лишь одной полярности. Поэтому $(p-n)$ -переход называют полупроводниковым диодом. Прикладывая к такому элементу переменное по знаку напряжение, получают ток только одного направления.

§ 5.1 История развития представлений о строении атомов.

Первые предположения о строении материи были выдвинуты еще в античные времена – в 5 веке до н.э. философ Левкипп и его ученик Демокрит разработали атомистическую гипотезу, согласно которой все материальные тела состоят из элементарных “кирпичиков”, названных атомами (от греч. *atomos* – неделимый). Нелегко понять, что подразумевали древние под термином “атом”, но основной проблемой, интересовавшей их, был вопрос о том, бесконечна ли делимость вещества. Греческие атомисты верили, что любое вещество построено из “атомов” и, вероятно, чувствовали, что бесконечное многообразие свойств вещества должно быть объяснено конфигурацией и движением атомов. Эти идеи довольно близки современным, но различия между нашими количественными теориями, основанными на опыте, и туманными размышлениями древних столь же огромны, как и отличие их “атомов” от того понимания, которое вкладываем в этот термин мы.

Постепенно само существование атомов и молекул, которое долгое время рассматривалось только как удобная рабочая гипотеза, было осознано как объективная реальность. В начале XIX века в результате установления основных химических законов и законов идеального газа сложились представления об атоме как о мельчайшей частице химического элемента. Вклад в развитие этих представлений внесли Дж. Дальтон, А. Авогадро, Я. Берцелиус. В середине XIX века была проведена четкая граница между атомом и молекулой. Важнейшее значение имело открытие в 1869 г. Д.И. Менделеевым периодической системы элементов, в которой впервые был поставлен вопрос о единой природе атомов.

В 1833 г. при исследовании явления электролиза М. Фарадей установил, что ток в растворе электролита это упорядоченное движение заряженных частиц – ионов. Фарадей определил минимальный заряд иона, который был назван элементарным электрическим зарядом. Его приближенное значение оказалось равным $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл. На основании исследований Фарадея можно было сделать вывод о существовании внутри атомов электрических зарядов.

Свидетельством сложной структуры атомов явились спектроскопические исследования, которые привели к открытию линейчатых спектров атомов. В начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в из-

лучении атомов водорода в видимой части спектра. Впоследствии, в 1885 г. И. Бальмером были установлены математические закономерности, связывающие длины волн этих линий.

В 1895 г. В. Рентген открыл рентгеновские лучи, в 1896 г. А. Беккерель обнаружил явление испускания атомами невидимых проникающих излучений, названное радиоактивностью. В последующие годы явление радиоактивности изучалось П. и М. Кюри. Было обнаружено, что атомы радиоактивных веществ испускают три вида излучений различной физической природы (альфа-, бета- и гамма-лучи). Альфа-лучи оказались потоком ионов гелия, бета-лучи – потоком электронов, а гамма-лучи – потоком квантов жесткого рентгеновского излучения.

В 1897 г. Дж. Дж. Томсон открыл электрон и измерил отношение e/m заряда электрона к массе. Опыты Томсона подтвердили вывод о том, что электроны входят в состав атомов.

Интересно отметить, что термин “электрон” был введен в физику на двадцать с лишним лет раньше открытия этой частицы: в 1874 г. Дж. Стоней высказал гипотезу о дискретности электрического заряда, назвав чуть позже его минимальную порцию “электроном”. Заряд электрона был впервые измерен Р. Милликеном в его знаменитом опыте с масляной каплей (1906–1910 гг.). По современным данным, заряд и масса электрона равны следующим величинам:

$$e = (1,602189 \pm 0,000005) \cdot 10^{-19} \text{ Кл,}$$
$$m_e = (0,910953 \pm 0,000005) \cdot 10^{-30} \text{ кг.}$$

Открытие электрона явилось не только первым открытием одной из элементарных частиц, но и установлением величины “кванта” электрического заряда: ведь до этого электрический заряд рассматривался как некая непрерывная субстанция, которая может передаваться любыми порциями. Таким образом, в физику начало проникать представление о дискретности физических величин.

Эти открытия окончательно разрушили представление о неизменности и неделимости атома. Стало очевидным, что атом имеет сложное строение, и перед наукой встал вопрос о внутреннем строении атомов.

Первая попытка создания модели атома на основе накопленных экспериментальных данных принадлежит Дж. Томсону. В 1903 г. он предложил модель, согласно которой атом представляет собой положительно заряженную сферу (или равномерно заряженный шар), внутрь которой вкраплены электроны. Положительный суммарный заряд сферы равен заряду электронов, т.е. атом в целом нейтрален. Испускание света таким атомом – это следствие колебания электронов около положения равновесия. Однако эта модель потерпела неудачу при попытке объяснить опыты по рассеянию частиц на атоме.

Первую попытку изучения строения атома на опытах по рассеянию пучков заряженных частиц предпринял Э. Ленард с сотрудниками, используя катодные лучи. Оказалось, что быстрые электроны почти совершенно не

тормозятся атомом, хотя в результате столкновений с “массивными шариками” размера с атом электроны неизбежно должны были остановиться. Это означало, что внутри атома должна присутствовать пустота.

В 1909 г. Х. Гейгер и Э. Марсден, поставили опыты по изучению рассеяния α -частиц при прохождении через тонкую металлическую фольгу. Ученые выбрали для своих экспериментов значительно более массивные α -частицы (они были открыты Резерфордом в 1899 г. при изучении явления радиоактивности и представляют собой ядра гелия ${}^4\text{He}$, состоящие из двух протонов и двух нейтронов, т.е. α -частицы электрически заряжены, их заряд равен $+2e$), а не сравнительно легкие электроны, в силу того, что α -частицы не отклоняются сколько-нибудь заметным образом при столкновениях с электронами атома и поэтому будут реагировать только на столкновения с более тяжелыми частицами.

Разница в проникающих способностях электрона и α -частицы сравнима с разницей между легкой ружейной пулей и тяжелым снарядом. α -частицы испускались в результате радиоактивного распада и имели скорость порядка 10^7 м/с, т.е. кинетическую энергию около 5 МэВ.

На пути узкого пучка α -частиц располагалась тонкая металлическая фольга из Au, Ag, Cu. При прохождении через фольгу α -частицы отклонялись на различные углы. Рассеянные α -частицы ударялись об экран, покрытый сернистым цинком и вызываемые ими вспышки света наблюдались в зрительную трубу (сцинтилляция). Труба и экран имеют возможность вращаться вокруг оси, проходящей через центр рассеивающей фольги. Оказалось, что часть α -частиц рассеивается на очень большие углы (почти 180°). Например, на платиновой фольге из 8000 падающих α -частиц одна рассеивалась на угол больше 90° .

Анализируя эти результаты, Резерфорд пришел к выводу, что сильное отклонение α -частиц возможно лишь при условии, что внутри атома существует сильное электрическое поле, созданное зарядом с большой массой и сконцентрированный в малом объеме. Остальное внутриатомное пространство практически ничем не заполнено – результат, уже полученный ранее Ленардом.

В 1911 г. Э. Резерфорд предложил ядерную модель атома: В центре атома находится *заряженное ядро* с зарядом Ze (Z – номер атома в периодической системе Менделеева), имеющее размеры $\sim 10^{-15}$ м. Вокруг ядра распределены Z электронов, размер области распределения электронов $\sim 10^{-10}$ м. Масса атома практически вся сосредоточена в ядре. В 1919 г. Э. Резерфорд обнаружил ядра атома водорода в продуктах расщепления ядер атомов многих элементов. Резерфорд назвал эту частицу *протоном*. Он высказал предположение, что протоны входят в состав всех атомных ядер.

Резерфорду принадлежит выдающаяся заслуга в создании планетарной модели атома. Традиционная картина этой модели с ее четким рисунком электронных орбит стала своеобразной эмблемой XX в., кочующей по книгам, выставкам, и т.п. На самом деле, как это выяснилось в дальнейшем,

электронных орбит не существует. И все же эти рисунки – заслуженная дань Резерфордской модели, сыгравшей роль краеугольного камня в истории создания квантовой механики.

Но отметим, что впервые планетарная модель атома была выдвинута еще в 1901 г. в лекции Ж. Перрена в Сорбонне. Планетарная модель атома была впоследствии многократно подтверждена и вскоре стала общепринятой. В 1913 г. А. Ван ден Брук высказал идею о равенстве электрического заряда центрального ядра (точнее, число содержащихся в нем положительных зарядов, равных по величине заряду электрона) номеру данного элемента в периодической таблице Менделеева, а ее экспериментальное доказательство было получено спустя несколько месяцев молодым учеником Резерфорда Г. Мозли, выполнившим серию измерений спектра рентгеновских лучей, характерных для разных элементов, и открывшим закон, связывающий частоту спектральных линий характеристического рентгеновского излучения с порядковым номером излучающего элемента (закон Мозли).

Анализ модели Резерфорда привёл к противоречию с точки зрения электродинамики:

1. Электрон, вращаясь с $v > 10^6$ м/с, движется ускоренно ($a_{цс} = v^2/R$) и должен излучать энергию. Расчёты показали, что за время 10^{-8} с вся энергия, которой обладает электрон, будет излучена и он должен упасть на ядро, а *атом разрушится*. Однако на самом деле атом *устойчив*.

2. Вследствие излучения электроном энергии, он должен приближаться по спирали к ядру, при этом с периодической частотой излучая электромагнитную волну и спектр излучения такого атома должен быть *сплошным*. Однако опыты показали, что спектр атома – *линейный*.

Эти противоречия устранил в 1912 г. Н. Бор. Он выдвинул два постулата:

1. Из бесконечного множества электронных орбит, возможных с точки зрения классической механики, осуществляются в действительности только некоторые дискретные орбиты, удовлетворяющие определённым квантовым условиям. Электрон, находящийся на одной из этих орбит, называемой *стационарной*, несмотря на то, что он движется с ускорением, не излучает электромагнитных волн (света)

$$m_e v r = n \hbar, \quad (5.1)$$

где $m_e v r$ – момент импульса; $n \hbar$ – кратное число констант Планка; n – главное квантовое число, показывающее номер энергетического уровня (орбиты) электрона.

2. Излучение испускается или поглощается в виде светового кванта энергии $\hbar \omega$ при переходе электрона из одного стационарного (устойчивого) состояния в другое. Величина светового кванта равна разности энергии тех стационарных состояний, между которыми совершается квантовый скачок электрона:

$$\hbar\omega = E_n - E_m. \quad (5.2)$$

Совокупность значений энергии стационарных состояний атома E_1, E_2, E_3, \dots образует *энергетический спектр* атома. Каждое значение энергии в нем называется *уровнем энергии*. Низший уровень называется *основным*, а все остальные – *возбужденными*.

Применив постулаты (5.1), (5.2) к атому водорода Бор получил формулы для расчета радиуса орбиты электрона:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Z e^2 m_e}; \quad (5.3)$$

скорости движения электрона по заданной орбите:

$$v_n = \frac{n\hbar}{m_e r_n} = \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 n\hbar}; \quad (5.4)$$

и энергию, которой электрон обладает, находясь на заданной орбите:

$$E_{кин} = \frac{Z e^2}{2r_n 4\pi\epsilon_0}, \quad E_{ном} = -\frac{Z e^2}{r_n 4\pi\epsilon_0}, \quad E_n = E_{кин} + E_{ном} = -\frac{m_e Z^2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}. \quad (5.5)$$

Полная энергия электрона в атоме квантуема и отрицательна. Однако эта теория Бора оказалась несостоятельной, т.к. пригодилась лишь для атома водорода и для водородоподобных ионов. Вместе с тем, в выводе своих постулатов Н. Бор также оказался непоследователен, т.к. использовал и законы классической механики и теорию М. Планка одновременно.

Для основного состояния атома водорода ($n = 1$), радиус первой орбиты называемый *боровским радиусом* равен $r_0 = 0,526 \cdot 10^{-10}$ м; скорость электрона по орбите $v = 2,2 \cdot 10^6$ м/с; его энергия $E_1 = -13,6$ эВ.

Также, используя второй постулат Бора (5.2) и формулу полной энергии (5.5) несложно получить обобщенную формулу Бальмера (3.80).

Новые взгляды на поведение микрообъектов получили свое подтверждение и в последующих опытах. Одним из весьма веских доказательств дискретности энергетических уровней атомов служат результаты экспериментов Дж. Франка и Г. Герца по возбуждению и ионизации атомов электронным ударом.

Квантовые условия Бора являются гениальной догадкой. И хотя планетарная теория атома Бора, конечно, не была серьезной теорией, однако ее успех стал для теоретиков мощным стимулом к развитию квантовой теории атома и созданию квантовой механики.

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул гипотезу, что корпускулярно-волновой дуализм не является особенностью только оптических явлений (т.е. электромагнитных волн), а носит универсальный характер. Он предположил, что материальные частицы должны проявлять волновые свойства. Позднее М. Борном была предложена статистическая интерпретация волн де Бройля:

их следует рассматривать как волны вероятности, а интенсивность волн де Бройля в данный момент времени и в данном месте определяет вероятность обнаружить частицу в данное время и в данном месте.

С работ Луи де Бройля берет свое начало *квантовая механика* – раздел физики, который рассматривает поведение микрочастиц в тех случаях, когда ни корпускулярный, ни волновой процессы недостаточны для трактовки событий.

Гипотеза де Бройля вскоре была подтверждена экспериментально: К. Девиссон и Л. Джермер обнаружили, что пучок электронов, рассеиваемый от естественной дифракционной решетки – кристалла никеля – дает отчетливую дифракционную картину. С 1928 г. Д.П. Томсоном и независимо П.С. Тартаковским также проводились измерения дифракции электронов.

Частицы более тяжелые, чем электроны, также обладают волновыми свойствами, которые характеризуются определенными длинами волн де Бройля. Следовательно, можно попытаться наблюдать их дифракцию. О. Штерн в 1930 г. наблюдал дифракцию легких атомов и молекул: He и H₂. Легкие атомы и молекулы нужны для того, чтобы их длина волны де Бройля была достаточно велика для наблюдения явления дифракции.

В 1927 г. В. Гейзенбергом было получено соотношение неопределенностей. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, существует предел в точности одновременного измерения координаты и соответствующей компоненты импульса. Таким образом, *нет понятия траектории частицы*, и это есть следствие особой природы частиц микромира (корпускулярно-волновой дуализм).

В квантовой механике состояние микрообъектов описывается принципиально по-новому с помощью волновой функции Ψ (пси). Так как искомое уравнение должно учитывать волновые свойства частиц, то оно должно быть волновым уравнением, подобно уравнению, описывающему электромагнитные волны. Основное уравнение было введено Э. Шредингером в 1926 г., причем он базировался на двух аспектах: корпускулярном и волновом. Уравнение Шредингера не выводится, а вводится как новый принцип, или постулат, и затем следствия из него проверяются на эксперименте. С помощью уравнения можно исследовать любую атомарную систему, а затем проверить полученные расчетные результаты экспериментально, что и делают современные ученые.

Окончательную точку в вопросе о строении атома поставило открытие учеником Э. Резерфорда Дж. Чадвиком нейтрона в 1932 г. В последующие годы ученые пытались ответить на вопрос: а из чего же состоят протоны, нейтроны и электроны?

§ 5.2 Свойства и строение атомных ядер.

Сразу же после открытия нейтрона в 1934 г. Д.Д. Иваненко и отдельно В. Гейзенберг выдвинули гипотезу о протонно-нейтронном строении атомных ядер, согласно которой ядро состоит из элементарных частиц - *протонов и нейтронов*. Протоны и нейтроны в ядре принято называть *нуклонами*.

Характеристики ядра сведены в таблицу 5.1:

Таблица 5.1

Характеристики ядра	Состав ядра (нуклоны)	
	Нуклоны могут быть в двух состояниях:	
	протоны	нейтроны
Масса	$m_p = 1,67239 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx \approx 1836 m_e$	$m_n = 1,67460 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx \approx 1839 m_e$
Заряд	+e	нейтрален
Зарядовое число Z	Z - равно числу протонов в ядре, совпадает с порядковым номером химического элемента в периодической системе элементов Менделеева.	
Массовое число A	$A = N + Z$, где N – число нейтронов, Z – число протонов.	
Обозначение ядра	${}^A_Z X$, где X – символ химического элемента.	
Спин s	1/2, т.е. нуклоны являются фермионами.	

Возникает естественный вопрос: ядро – это классический объект или квантовый? Для ответа надо сравнить длину волны де Бройля λ_B ядерных частиц с размером ядра r_0 (опыты Гейгера и Марсдена). Будем считать, что вылетающие из ядра α -частицы, которые использовались в опытах по рассеянию, являются его структурными единицами. Тогда:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_\alpha E}} \approx 6 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

Таким образом, длина волны де Бройля α -частицы близка по порядку величины к размерам ядра r_0 . А это означает, что мы имеем дело с чисто квантовым объектом.

Как и любая квантовая система, ядро характеризуется моментом импульса (его часто называют просто моментом или спином ядра), четностью состояния, зарядом, электрическим квадрупольным моментом, характеризующим распределение заряда, и магнитным моментом.

Собственный момент импульса ядра – спин ядра – складывается из спинов нуклонов и из орбитальных моментов импульса нуклонов. Спин ядра квантуется по закону: $L_\gamma = \hbar \sqrt{I(I+1)}$, где I – спиновое ядерное квантовое число (его часто называют просто спином ядра), которое принимает целые или полуцелые значения $0, 1/2, 1, 3/2, \dots$. Ядра с четными A имеют целые I , с нечетными – полуцелые I .

Магнитный момент ядра $p_{m\gamma}$ связан со спином ядра: $p_{m\gamma} = g_\gamma L_\gamma$, где g_γ – ядерное гиромагнитное отношение. Единицей магнитных моментов ядер служит ядерный магнетон: $\mu_\gamma = e\hbar/(2m_p) = 5,0508 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$, где m_p – масса протона. Ядерный магнетон примерно в 1836 раз меньше магнетона Бора: $\mu_B = e\hbar/(2m_e) = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}$.

Современные методы масс-спектропии позволяют определять мас-

сы атомов с большой точностью. При этих измерениях были обнаружены изотопы – разновидности атомов данного химического элемента, обладающие одинаковым зарядом, но различающиеся массой. В настоящее время известно около 300 устойчивых и свыше 2000 неустойчивых (радиоактивных) изотопов. Кроме изотопов были выделены и другие виды ядер (таблица 5.2):

Таблица 5.2

Виды ядер	Отличительная черта
Изотопы	Одинаковые Z , разные A и число нейтронов $N = A - Z$. Пример: водород имеет три изотопа: ${}^1_1\text{H}$ – протий ($Z = 1, N = 0$), ${}^2_1\text{H}$ – дейтерий ($Z = 1, N = 1$), ${}^3_1\text{H}$ – тритий ($Z = 1, N = 2$).
Изобары	Одинаковые A , но разные Z . Примеры: ${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{10}_6\text{C}$.
Изотоны	Z, A различны, но одинаковые число N . Примеры: ${}^{14}_6\text{C}$, ${}^{15}_7\text{N}$, ${}^{16}_8\text{O}$.
Изомеры	Z, A одинаковы, но отличаются периодом полураспада. Пример: ${}^{80}_{35}\text{Br}$, $T_{1/2} = 18$ мин, $T_{1/2} = 4,4$ часа.

Отметим, что изобары большей частью встречаются среди тяжелых ядер, причем парами и триадами. В настоящее время известно 59 устойчивых изобарных пар и 5 изобарных триад. Примерами устойчивых изобарных пар являются ${}^{36}_{16}\text{S}$ и ${}^{36}_{18}\text{Ar}$, ${}^{104}_{44}\text{Ru}$ и ${}^{104}_{46}\text{Pd}$. Примером изобарной триады может служить ${}^{96}_{40}\text{Zr}$, ${}^{96}_{42}\text{Mo}$ и ${}^{96}_{44}\text{Ru}$.

Может возникнуть вопрос, нет ли в составе ядра электронов? Оценим, какова должна быть энергия электрона, чтобы его де бройлевская длина волны λ_B была порядка размера ядра r_0 (имея в виду, что $r_0 p \sim \hbar$):

$$E_e = p^2/(2m_e) = \hbar^2/(2m_e r_0) \approx 3 \cdot 10^8 \text{ эВ},$$

а кулоновское притяжение составляет лишь

$$U_{\text{кул}} = Ze^2/r_0 \sim 3 \cdot 10^6 \text{ эВ}.$$

Это означает, что электрон не может быть удержан кулоновскими силами в области, обладающей размерами порядка ядерных, иными словами, существование электронов в ядре невозможно.

Масса ядер может выражаться в атомных единицах (1 а.е.м. = 1/12 массы изотопа углерода ${}^{12}\text{C} = 1,6582 \cdot 10^{-27}$ кг), но обычно она выражается в электронвольтах (1 а.е.м. = 931,44 МэВ). Масс-спектрометрические измерения показали, что масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов. Разность Δm между массой ядра и массой составляющих ее частиц называется дефектом массы ядра:

$$\Delta m = A - m_{\text{я}} \quad \text{или} \quad \Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}}, \quad (5.6)$$

где $m_p, m_n, m_{\text{я}}$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

Дефект массы (5.6) однозначно связан с аналогичной характеристикой ядра – энергией связи. По определению $E_{\text{св}}$ – это энергия, необходимая для

полного расщепления ядра на составляющие его Z протонов и N нейтронов:

$$E_{св} = \Delta m c^2, \quad (5.7)$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света.

Для упрощения расчетов по формуле (5.7) массу частиц удобно брать в а.е.м., а энергию связи рассчитать в МэВ:

$$E_{св} = 931,44 \Delta m. \quad (5.8)$$

Эта энергия выделяется или поглощается при образовании или делении ядра.

В качестве примера рассчитаем энергию связи ядра гелия ${}^4_2\text{He}$, в состав которого входят два протона и два нейтрона. Масса ядра гелия $m_{\text{я}} = 4,00260$ а.е.м. Сумма масс двух протонов и двух нейтронов составляет $2m_p + 2m_n = 4,03298$ а.е.м. Следовательно, дефект массы ядра гелия равен $\Delta m = 0,03038$ а.е.м. Расчет по формуле (5.8) приводит к следующему значению энергии связи ядра ${}^4_2\text{He}$: $E_{св} = 28,3$ МэВ. Это огромная величина – образование всего 1 г гелия сопровождается выделением энергии порядка 10^{12} Дж. Примерно такая же энергия выделяется при сгорании почти целого вагона каменного угля. Энергия связи ядра на много порядков превышает энергию связи электронов с атомом. Для атома водорода ${}^1_1\text{H}$ например, энергия ионизации равна 13,6 эВ.

Удобно пользоваться понятием *удельной энергии связи* $E_{св}/A$ – энергии связи, отнесенную к одному нуклону. Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер, т.е. чем больше $E_{св}/A$, тем устойчивее ядро. Крайне интересна зависимость удельной энергии связи ядер $E_{св}/A$ от числа нуклонов A , приведенная на рис. 5.1 (Для наглядности шкала по оси абсцисс в области $A < 30$ увеличена в 3 раза).

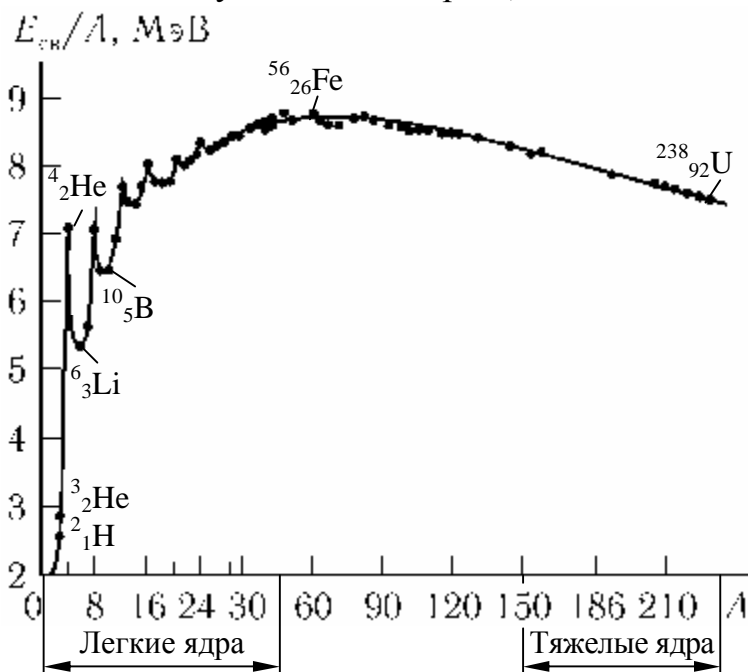


Рис. 5.1

Что характерно для этой кривой? Во-первых, имеется максимум в области ядер железа ($A \sim 56$), т.е. ядра железа – наиболее устойчивая (наиболее сильно связанная) ядерная система. Уменьшение удельной энергии связи $E_{св}/A$ при переходе к тяжелым элементам объясняется тем, что с возрастанием числа протонов в ядре увеличивается и энергия их кулоновского отталкивания. Поэтому связь между нуклонами становится менее сильной, а сами ядра менее

прочными. Это означает, что энергия должна выделяться как при слиянии легких ядер, так и при делении тяжелых. Деление тяжелых ядер является основной современной ядерной энергетикой, а с использованием синтеза легких ядер ученые связывают энергетикой будущего.

Вторая особенность удельной энергии связи заключается в том, что она практически не зависит от A и, за исключением легких ядер ($A < 20$), составляет около 8 МэВ. Отсюда следует, что у каждого нуклона есть ограниченный запас возможностей взаимодействия, и если этот запас уже израсходован на связь с двумя-тремя соседними нуклонами, то наступает состояние насыщения, а связи с другими нуклонами оказываются ослабленными даже на очень близких расстояниях. Этим свойством ядро напоминает жидкость.

И, наконец, при детальном рассмотрении рис. 5.1 можно заметить нерегулярности в удельной энергии связи (повышенную устойчивость ядер) в областях с числом нуклонов (протонов или нейтронов) 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Последнее очень напоминает химическую инертность элементов. Эти числа называют *магическими*, а их выделенность является следствием оболочечной структуры ядра, точно так же, как в атомах аналогичное свойство является следствием характера заполнения электронных оболочек. Отметим, во-первых, существование особенно стабильных *дважды магических ядер*, у которых магическими являются и число протонов, и число нейтронов. Во-вторых, у тяжелых ядер, содержащих большое число протонов, из-за возрастания энергии кулоновского отталкивания для обеспечения устойчивости требуются дополнительные нейтроны, поэтому у ядер, следующих за свинцом $^{208}_{82}\text{Pb}$ ($Z > 82$), полная стабильность оказывается вообще невозможной.

Говоря о размерах ядра, надо, конечно, всегда иметь в виду, что это – довольно условная величина. Во-первых, ядро, как любая квантовомеханическая система, не имеет определенной границы в силу соотношения неопределенностей. Во-вторых, вообще говоря, распределения протонов и нейтронов могут различаться, поэтому надо отличать распределение заряда от массы.

Сведения о распределении нуклонов извлекают из экспериментов по взаимодействию ядер с пробными телами. В зависимости от того, изучается ли распределение электрического заряда в ядре или ядерного вещества, все методы измерения можно разделить на две группы: электромагнитные и ядерные. В первой группе в качестве пробных частиц используют электроны, позитроны, мюоны – частицы, взаимодействие которых с ядрами имеет электромагнитную природу и которые не участвуют в ядерном взаимодействии (см. ниже). При этом исследуется либо характер рассеяния частиц на ядре либо их состояние, связанное с ядром (сдвиги уровней мезоатомов, сверхтонкое расщепление и т.п.). С помощью ядерных методов исследуют упругое рассеяние и ядерные реакции, вызываемые ядерноактивными частицами.

Эксперименты показали, что в атомном ядре отчетливо различаются внутренняя область почти постоянной плотности и поверхностный слой толщиной 1,2–2,0 фм, примерно одинаковый для всех ядер. Для средних и тяже-

лых ядер эквивалентный радиус можно с хорошей точностью представить формулой:

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (5.9)$$

где $R_0 = 1,23 \cdot 10^{-15}$ м.

Следовательно, плотность ядерной материи громадна по сравнению с теми веществами, с которыми мы имеем дело в повседневной жизни ($\rho_{яд} \approx 10^{17}$ кг/м³).

Реальная форма многих ядер заметно отклоняется от сферической. У таких несферических ядер (их часто называют деформированными) возникают статические электрические квадрупольные моменты, появляются вращательные полосы в спектрах ядерных уровней. Отклонение равновесной формы этих ядер от сферической связано с динамикой ядра как системы многих частиц (нуклонов): для целого ряда многочастичных конфигураций несферическая (эллипсоидальная) форма оказывается энергетически более выгодной.

§ 5.3 Ядерные силы.

Обратимся теперь к характеру сил, удерживающих нуклоны вместе, не смотря на кулоновское отталкивание содержащихся в ядре протонов. Такие силы обычно называют *ядерными*. Ядерные силы являются проявлением наиболее интенсивного из фундаментальных взаимодействий элементарных частиц – *сильного взаимодействия*. Согласно квантовой теории поля ядерные силы обусловлены обменом мезонами между нуклонами ядра, подобно тому, как взаимодействие заряженных частиц обусловлено обменом фотонами. Нуклон на короткое время (как говорят, виртуально) испускает мезон, который поглощается соседним нуклоном. В свою очередь, этот второй нуклон испускает мезон, который поглощается первым. Такой “обмен” мезонами и приводит к возникновению взаимодействия между нуклонами – к ядерным силам.

Впервые идея подобного происхождения ядерных сил была выдвинута в 1935 г. Х. Юкавой. Испускание мезона нуклоном приводит к тому, что энергия системы “мезон + нуклон” оказывается больше начальной энергии нуклона, что, на первый взгляд, противоречит закону сохранения энергии. Однако в квантовой теории, в соответствии с соотношением неопределенностей, нуклон может испустить мезон на короткое время $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$, где ΔE – неопределенность в энергии, примерно равная в данном случае энергии покоя мезона: $\Delta E = m_m c^2$ (m_m – масса мезона). За это время, двигаясь со скоростью порядка скорости света c , мезон пройдет расстояние $r \approx \Delta t c \sim \hbar/(m_m c)$ после чего поглотится вторым нуклоном. Следовательно, радиус действия ядерных сил оказывается порядка комптоновской длины волны мезона. Этот вывод имеет гораздо бóльшую общность: всегда, если взаимодействие между частицами осуществляется за счет обмена виртуальными частицами массы m_m , то радиус взаимодействия определяется их комптоновской длиной вол-

ны. Поэтому и говорят, что радиус действия электромагнитных сил равен бесконечности, так как масса фотона равна нулю.

Процессы виртуального рождения и поглощения (уничтожения) мезонов нуклонами происходят непрерывно. В результате нуклон все время окружен “облаком” мезонов. Когда два таких “облака” оказываются друг от друга на расстоянии порядка $\hbar/(m_m c)$, между ними происходит обмен мезонами, т.е. нуклоны взаимодействуют. Частицей наименьшей массы, сильно взаимодействующей с нуклонами, является π -мезон (пион). Его масса примерно в семь раз меньше нуклонной и в 280 раз больше электронной. Эти частицы были впервые обнаружены С. Пауэллом и Г. Оккиалини в 1947 г. в космических лучах. Обмен пионами обуславливает ядерные силы на расстояниях порядка 10^{-15} м. На меньших расстояниях наряду с обменом пионами заметную роль начинает играть обмен более тяжелыми частицами, и картина взаимодействия заметно усложняется. В результате на малых расстояниях ($< 0,5$ фм) ядерные силы становятся силами отталкивания, а это препятствует попаданию в сферу действия одного нуклона большого количества его соседей, т.е. обуславливает наблюдающееся экспериментально свойство насыщения ядерных сил.

Подытожим основные свойства ядерных сил:

- 1) они являются *силами притяжения*;
- 2) они являются *короткодействующими* – их действие проявляется только на расстояниях примерно 10^{-15} м;
- 3) им свойственна *зарядовая независимость*: ядерные силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, между протоном и нейтроном, одинаковы по величине, следовательно, эти силы неэлектрической природы;
- 4) им свойственно *насыщение*, т.е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов;
- 5) они зависят от *взаимной ориентации спинов* взаимодействующих нуклонов;
- б) ядерные силы *не являются центральными*.

§ 5.4 Модели атомного ядра.

Атомное ядро представляет собой квантовую систему, состоящую из, хотя и большого, но ограниченного числа частиц. Подобная ситуация полностью отлична от той, с которой мы встречались раньше, рассматривая состояния электронов в атомах. В атомах электроны движутся в заданном кулоновском потенциале, в ядре нуклоны движутся в потенциале, который сами же и создают. Фактически здесь мы имеем дело с квантовой задачей многих тел, которая не решена даже для случая трех тел. Поэтому в теории ядра широко развит модельный подход.

Ядерные модели должны, прежде всего, описывать свойства основных состояний и спектр возбуждений, являющиеся важнейшей характеристикой

любого квантового объекта. Другими словами, ядерные модели должны дать объяснение стабильности ядерного вещества, с помощью нескольких параметров дать возможность вычислить энергию связи как устойчивых, так и неустойчивых (самопроизвольно распадающихся) ядер. Кроме того, они должны правильно описывать типы возбуждений, возможных в ядре.

Рассмотрим существующие модели ядра.

Капельная модель ядра предложена в 1936 г. независимо К. Вайцеккером и Н. Бором. Она основана на аналогии между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости. Силы, действующие между составными частицами – молекулами в жидкости и нуклонами в ядре, – являются короткодействующими и им свойственно насыщение. Для капли жидкости при данных внешних условиях характерна постоянная плотность ее вещества. Ядра же характеризуются практически постоянной удельной энергией связи и постоянной плотностью, не зависящей от числа нуклонов в ядре. Объем капли, так же как и объем ядра, пропорционален числу частиц. Существенное отличие ядра от капли жидкости в этой модели заключается в том, что она трактует ядро, как каплю электрически заряженной несжимаемой жидкости, подчиняющуюся законам квантовой механики. Капельная модель ядра позволила получить полуэмпирическую формулу для энергии связи нуклонов в ядре, объяснила механизм ядерных реакций деления ядер. Однако эта модель не смогла, объяснить повышенную устойчивость ядер, содержащих магические числа протонов и нейтронов.

Оболочечная модель ядра предложена в 1949 г. М. Гепперт-Майером и Х. Иенсенем. Эта модель предполагает распределение нуклонов в ядре по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), заполняемым нуклонами согласно принципу Паули, и связывает устойчивость ядер с заполнением этих уровней. Считается, что ядра с полностью заполненными оболочками являются наиболее устойчивыми. Оболочечная модель ядра позволила объяснить спины и магнитные моменты ядер, различную устойчивость атомных ядер, а также периодичность изменений их свойств.

Существуют и другие менее известные модели ядра: *обобщенная модель ядра* (синтез капельной и оболочечной моделей), *оптическая модель ядра* (объясняет взаимодействие ядер с налетающими частицами) и т.д.

У каждой модели есть недостатки, поэтому вопрос выбора модели ядра зависит от поставленной задачи.

§ 5.5 Естественная и искусственная радиоактивность.

Французский физик А. Беккерель в 1896 г. при изучении люминесценции солей урана случайно обнаружил *самопроизвольное* испускание ими излучения неизвестной природы, которое действовало на фотопластинку, ионизировало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, вызывало люминесценцию ряда веществ. Супруги Кюри – Мария и Пьер – обнаружили, что беккерелевское излучение свойственно не только урану, но и

многим другим тяжелым элементам, таким, как торий и актиний и открыли два новых радиоактивных элемента – полоний $^{210}_{84}\text{Po}$ и радий $^{226}_{88}\text{Ra}$. Обнаруженное излучение М. Склодовская-Кюри назвала *радиоактивным*, а само явление – испускание радиоактивного излучения – *радиоактивностью*.

На характер радиоактивного излучения препарата не оказывают влияния вид химического соединения, агрегатное состояние, механическое давление, температура, электрические и магнитные поля, т.е. все те воздействия, которые могли бы привести к изменению состояния электронной оболочки атома. Следовательно, радиоактивные свойства элемента обусловлены лишь структурой его ядра.

Под *радиоактивностью* понимают способность некоторых атомных ядер самопроизвольно превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Радиоактивность бывает *естественная* (наблюдается у неустойчивых изотопов, не успевших распасться с момента их образования до настоящего времени или непрерывно образующихся под действием космических лучей) и *искусственная* (наблюдается у изотопов, полученных бомбардировкой стабильных ядер частицами). Никакой физической границы между естественной и искусственной радиоактивностью нет.

§ 5.6 Закон радиоактивного распада.

Под *радиоактивным распадом*, понимают естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Он характеризуется временем протекания, сортом испускаемых частиц, их энергией, а при вылете нескольких частиц – угловой корреляцией, т.е. относительным углом между направлениями их вылета. Исходное радиоактивное ядро называется *материнским*, продукт его распада – *дочерним*.

Поскольку процесс распада происходит самопроизвольно (спонтанно), то изменение dN числа ядер N из-за распада за произвольный промежуток времени dt определяется только количеством радиоактивных ядер в момент t и пропорционально промежутку времени dt :

$$dN = -\lambda N dt, \quad (5.10)$$

где λ – постоянная, характеризующая скорость распада. Интегрируя (5.10) и считая, что при $t = 0$ количество ядер равно исходному $N = N_0$, получаем:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (5.11)$$

т.е. число нераспавшихся ядер N убывает по экспоненциальному закону.

Величина λ , определяющая в (5.11) скорость убывания количества радиоактивных ядер, называется *постоянной радиоактивного распада*. Она имеет размерность $[\text{с}^{-1}]$ и характеризует вероятность распада одного атома в одну секунду. Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуется *периодом полураспада* $T_{1/2}$ – временем, в течение которого распадается

половина наличного числа атомов.

Впервые закон радиоактивного распада (5.11) был установлен в 1903 г. П. Кюри. Он же ввел понятие периода полураспада и показал его независимость от внешних условий. Исходя из этого, П. Кюри предложил использовать период полураспада как эталон времени для определения абсолютного возраста земных пород.

Рассчитаем теперь среднее время жизни радиоактивного ядра. Подставляя условие $N(T_{1/2}) = N_0/2$ в уравнение (5.11), и логарифмируя, найдем, что период полураспада:

$$T_{1/2} = \ln(2)/\lambda = 0,693/\lambda.$$

Суммарная продолжительность жизни dN ядер равна $t |dN| = \lambda N t dt$. Проинтегрировав это выражение по всем возможным t и разделив на начальное число ядер N_0 , получим *среднее время жизни* τ радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Следовательно, среднее время жизни τ радиоактивного ядра равно обратной величине от постоянной распада λ . За время τ первоначальное число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз.

Величина $A = -dN/dt = \lambda N$ называется *активностью* данного препарата, она определяет число распадов в секунду. Активность является характеристикой определенного количества распадающегося вещества, а не отдельного ядра. Единицей активности является *беккерель*: 1 беккерель (Бк) равен 1 распаду в секунду. Часто на практике используют и внесистемную, ранее применявшуюся, единицу активности – *кюри*: 1 кюри (Ки) равно числу распадов ядер, содержащихся в 1 г радия за 1 с ($3,7 \cdot 10^{10}$ распадов в секунду).

§ 5.7 Виды радиоактивных излучений.

Опытным путем было выяснено, что радиоактивные ядра могут испускать частицы трех видов: положительно и отрицательно заряженные и нейтральные. Эти три вида излучений были названы α -, β - и γ -излучениями. Исследования показали, что каждому виду излучений соответствует свой радиоактивный процесс.

Альфа-распад. α -распадом называется самопроизвольное превращение атомного ядра с числом протонов Z и нейтронов N в дочернее ядро, содержащее число протонов $Z - 2$ и нейтронов $N - 2$. При этом испускается α -частица – ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$. Соответственно α -излучение представляет собой поток ядер гелия и отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью (например, поглощаются слоем алюминия толщиной $\sim 0,05$ мм).

Спонтанному α -распаду подвержены только тяжелые ядра с $Z > 83$ и

небольшая группа редкоземельных ядер в области $A = 140\text{--}160$. Период полураспада α -активных ядер изменяется в чрезвычайно широких пределах. Так, например, для изотопа полония $^{212}_{84}\text{Po}$ он равен $3 \cdot 10^{-7}$ с, а для изотопа свинца $^{204}_{82}\text{Pb}$ – $1,4 \cdot 10^{17}$ лет. Диапазон изменения энергии вылетающих α -частиц значительно меньше – от 4 до 9 МэВ, причем чем меньше их энергия, тем больше период полураспада.

Рассмотрим вид потенциальной энергии α -частицы в ядре и его окрестности (рис. 5.2). Вне ядра короткодействующие ядерные силы быстро обращаются в нуль, и на α -частицу действует только электростатическое кулоновское отталкивание. На границе ядра R_α вступает в игру сильное притяжение, обусловленное ядерными силами, и потенциальная кривая резко уходит вниз. Внутри ядра потенциал можно считать примерно постоянным.

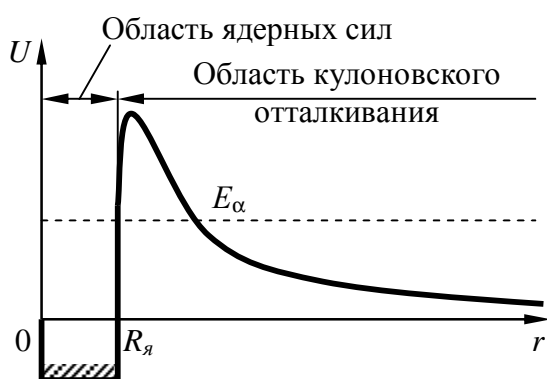


Рис. 5.2

Даже если полная энергия α -частицы в ядре больше нуля, как это показано на рис. 5.2, и тем самым энергетически α -распад разрешен, по представлениям классической физики этот процесс не может происходить без сообщения ей дополнительной энергии, поскольку частица находится в потенциальной яме. Однако квантовая механика разрешает прохождение

или, точнее, просачивание частицы через потенциальный барьер. Говорят, что может происходить туннелирование α -частицы сквозь барьер, что и означает возможность α -распада.

Энергетически α -распад возможен, если энергия связи исходного материнского ядра $E_{A,Z}$ меньше суммы энергий связи дочернего ядра $E_{A-4,Z-2}$ и α -частицы E_α : $\Delta E = E_{A-4,Z-2} + E_\alpha - E_{A,Z} > 0$. Энергия связи α -частицы равна 28 МэВ, что составляет 7 МэВ/нуклон. Поэтому невозможен α -распад средних ядер, у которых энергия связи на нуклон ~ 8 МэВ (рис. 5.1).

Энергетический спектр α -частиц многих α -активных ядер состоит из нескольких линий, одна из которых является преобладающей. Дискретность линии и их относительная интенсивность легко объяснимы. Дело в том, что α -частицы могут либо испускаться ядром, находящимся в возбужденном состоянии (так называемые длиннопробежные α -частицы), либо может происходить α -распад из основного состояния материнского ядра в возбужденные состояния дочернего ядра (короткопробежные α -частицы). На рис. 5.3 приведены два примера таких переходов – распад ^{238}Pu и ^{212}Po .

В первом случае (^{238}Pu) α -частицы максимальной энергии соответствуют переходам из основного в основное состояние. Кроме того, α -распад может идти в возбужденные состояния дочернего ядра ^{234}U с последующими γ -переходами в основное состояние. Распад ^{212}Po – пример испускания α -

частиц из возбужденного состояния. Такая ситуация возникает от того, что ^{212}Po образуется в результате β -распада ^{212}Bi . Находясь в возбужденном состоянии, ядро ^{212}Po может либо испустить α -частицу, либо путем γ -излучения перейти в основное состояние. Таким образом, α -распад ядер во многих случаях сопровождается γ -излучением.

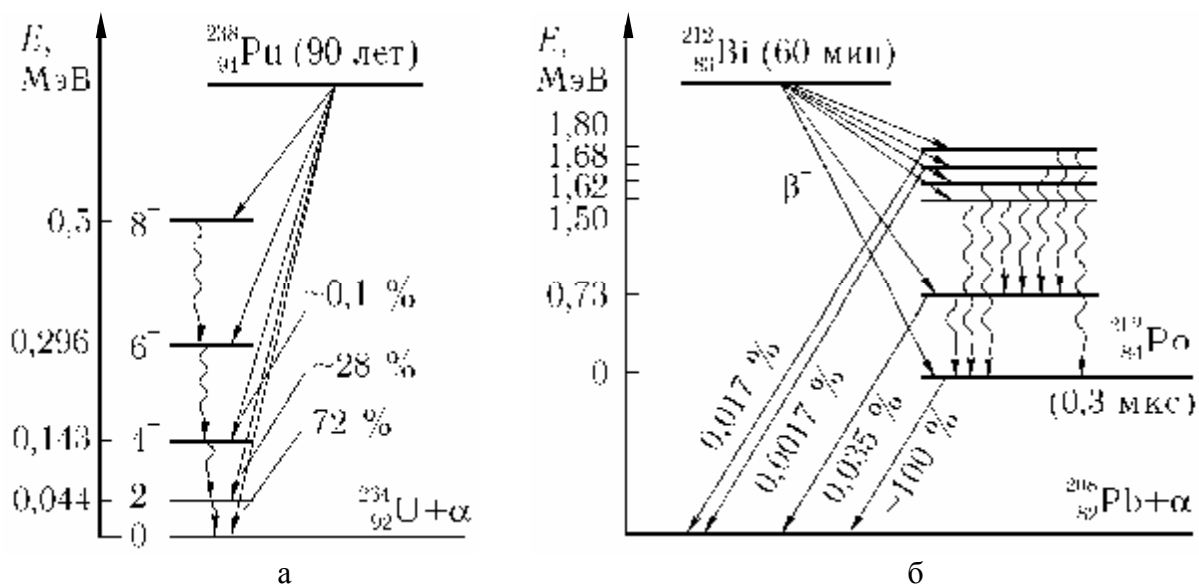


Рис. 5.3

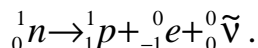
Бета-распад. β -распад – процесс самопроизвольного превращения нестабильного ядра в ядро-изобару (ядро с тем же атомным номером) с зарядом, отличным от исходного на $\Delta Z = \pm 1$, за счет испускания электрона (позитрона) или захвата электрона с атомной оболочки. Соответственно β -излучение представляет собой поток быстрых электронов и отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность примерно на два порядка меньше, а проникающая способность гораздо больше (поглощается слоем алюминия толщиной ~ 2 мм), чем у α -частиц.

Главной особенностью β -распада является то, что он обусловлен не ядерными и не электромагнитными силами, а *слабым взаимодействием*, вероятность которого примерно в 10^{14} раз меньше ядерного. Поэтому периоды полураспадов β -активных ядер в среднем довольно велики – порядка нескольких минут и даже часов. В общем случае при прочих равных условиях при β -распаде соблюдается та же тенденция, что и при α -распаде: чем больше энергия Q , выделяющаяся при распаде, тем меньше период полураспада.

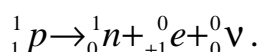
Периоды полураспада меньше 10^{-2} с не встречаются, так как при них значения Q получились бы больше 10 МэВ, т.е. больше средней энергии связи нуклонов в ядре; при таком избытке энергии ядро оказывается нестабильным по отношению к вылету нуклона, а этот процесс (когда он возможен) происходит гораздо быстрее β -распада, за время порядка 10^{-20} с. Процессы β -распада идут всегда, когда они энергетически возможны. Кулоновский барьер для β -распада несуществен в силу очень малой массы электрона.

При распаде нейтрон 1_0n превращается в протон 1_1p и электрон ${}^0_{-1}e$. Измерения показали, что в этом процессе наблюдается кажущееся нарушение закона сохранения энергии, так как суммарная энергия протона и электрона, возникающих при распаде нейтрона, меньше энергии нейтрона. Кажется нарушающимся также закон сохранения спина. В 1931 году В. Паули высказал предположение, что при распаде нейтрона выделяется еще одна частица с нулевыми значениями массы и заряда, которая уносит с собой часть энергии. Новая частица получила название *нейтрино* (маленький нейтрон). Гипотеза о существовании нейтрино позволила Э. Ферми (в 1934 г. создать теорию β^- -распада).

Из-за отсутствия у нейтрино заряда и массы эта частица не участвует ни в сильных, ни в электромагнитных взаимодействиях; единственный вид взаимодействий, в котором может принимать участие нейтрино, – *слабое взаимодействие*; поэтому она очень слабо взаимодействует с атомами вещества и ее чрезвычайно трудно обнаружить в эксперименте. Ионизирующая способность нейтрино столь мала, что один акт ионизации в воздухе приходится приблизительно на 500 км пути. Проникающая же способность нейтрино столь огромна (пробег нейтрино с энергией 1 МэВ в свинце составляет порядка 10^{18} м), что затрудняет её удержание в приборах. Эта частица была обнаружена лишь в 1953 г. В настоящее время известно, что существует несколько разновидностей нейтрино. В процессе распада нейтрона возникает частица, которая называется *электронным антинейтрино* ${}^0_0\bar{\nu}$:



Наряду с электронным β^- -распадом обнаружен так называемый *позитронный* β^+ -распад, при котором из ядра вылетают позитрон ${}^0_{+1}e$ и нейтрино ${}^0_0\nu$:



Позитрон – это частица-двойник электрона, отличающаяся от него только знаком заряда. Существование позитрона было предсказано П. Дираком в 1928 г. Гипотеза Дирака была подтверждена в 1932 г. К. Андерсоном, обнаружившим позитрон в составе космического излучения.

Важно подчеркнуть, что β -распад – процесс не внутриядерный, а *внутриядерный*. В ядре распадается одиночный нуклон – нейтрон либо протон. Электронный распад связан с распадом нейтрона; при позитронном распаде в ядре распадается одиночный протон. Заметим, что в свободном состоянии нейтрон нестабилен, его период полураспада равен 14,8 мин. Свободный же протон не распадается, т.к. его масса меньше массы нейтрона, но для связанного в ядре протона подобное превращение возможно, недостающая энергия восполняется ядром.

Характерной особенностью β -распада является энергетический спектр вылетающих частиц, который, в отличие от α -частиц, является *непрерывным*. Наблюдающаяся непрерывность является следствием участия в процессе

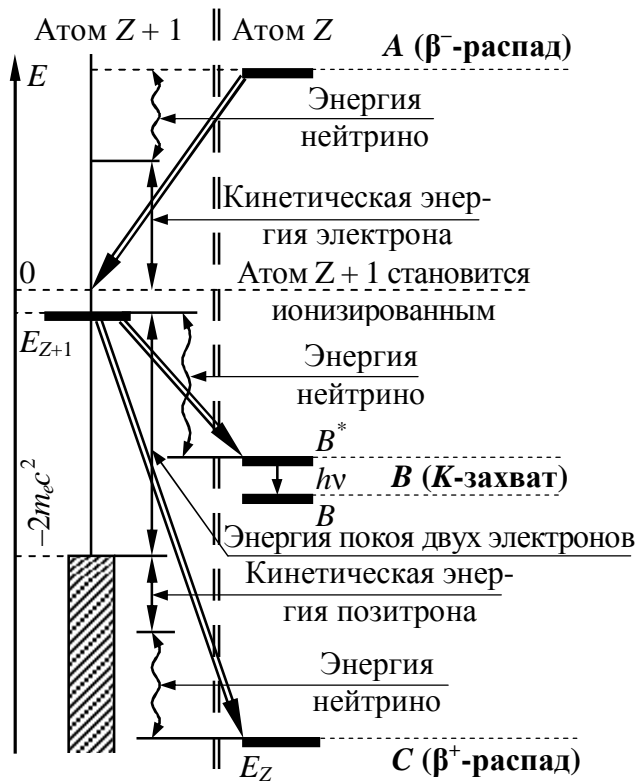


Рис. 5.4

свободный электрон”. Последнее означает, что энергия нейтрального атома с зарядом $Z + 1$ слегка отрицательна и имеет порядок энергии ионизационного потенциала атома (рис. 5.4). При этом возможны следующие случаи.

1. Энергия E_Z атома с зарядом Z выше, чем E_{Z+1} . Энергетически возможным является β^- -распад, т.е. распад с вылетом электрона, и атом Z переходит в ионизованный атом $Z + 1$. Процесс $E_{Z+1} \rightarrow E_Z$ запрещен.

2. Переход $E_{Z+1} \rightarrow E_Z$ возможен только в том случае, если ядро $Z + 1$ поглощает электрон из атомных K -, L -, M -оболочек. Обычно ядром захватывается K -электрон, и поэтому процесс часто называют K -захватом. Новый атом Z образуется в возбужденном состоянии B^* соответственно с вакансией (дыркой) в K - или L -оболочке. Затем происходит переход в основное состояние, сопровождающийся испусканием характеристического излучения:

$$B^* \rightarrow B + h\nu.$$

3. Энергия атома Z такова, что $E_Z + 2m_e c^2 \leq E_{Z+1}$. Также возможен процесс K -захвата, но, кроме того, ядро может претерпевать β^+ -распад.

С β^- -распадом связано одно из удивительных открытий XX в. – открытие несохранения четности. Кажется совершенно очевидным, что выбор системы координат, в которой математически записываются физические уравнения и происходит, соответственно, эволюция системы во времени, является вполне произвольным. Следовательно, не может быть разницы между описаниями одного и того же процесса в левой и правой системах координат.

распада нейтрино, обладающей нулевой энергией покоя (согласно последним данным верхний предел энергии покоя нейтрино составляет 3 эВ). Поэтому при одиночном акте распада соотношение энергий электрона и нейтрино может быть любым, т.е. энергия электрона может принимать любые значения от нуля до максимальной возможной энергии (полной выделяющейся энергии).

Остановимся более подробно на энергетических процессах при β^- -распаде. Рассмотрим атом с зарядом $Z + 1$ и полной энергией E_{Z+1} . Пусть его нулевая энергия соответствует системе “однократно ионизованный атом плюс покоящийся

Математически это означает, что все уравнения должны быть симметричны относительно операции пространственной инверсии, т.е. замены радиус-вектора \vec{r} на $-\vec{r}$. Изменение знаков координат какой-либо точки соответствует положению точки, полученной в результате ее зеркального отражения в трех координатных плоскостях, и поэтому такое изменение системы координат можно трактовать как переход к совокупности событий, являющихся зеркальным изображением данной совокупности событий. Преобразование пространственной инверсии обладает физическим смыслом вследствие того, что, как показывает опыт, процессы природы в основном симметричны относительно такого преобразования. Это означает, что для всякого процесса в природе осуществляется и протекает с той же вероятностью “зеркально симметричный” процесс.

Симметрия относительно преобразования пространственной инверсии приводит при квантовомеханическом описании к существованию у системы определенной пространственной четности. Иными словами, волновая функция системы либо четна, либо нечетна при этом преобразовании. Пространственная четность сохраняется в процессах сильного и электромагнитного взаимодействий. Что же касается слабых взаимодействий, ответственных за β -распад, то здесь ситуация иная. Гипотеза несохранения четности в слабых взаимодействиях была выдвинута Т. Ли и Ч. Янгом, которые предложили соответствующий эксперимент. Принципиальная схема опыта крайне проста. β -активный изотоп ^{60}Co помещался в магнитное поле H соленоида, которое поляризовало ядра кобальта, т.е. ориентировало их магнитные моменты вдоль поля. Вся система зеркально симметрична относительно плоскости токового витка, поэтому, казалось бы, и интенсивность излучения β -электронов должна быть одинаковой по обе стороны от плоскости симметрии. На самом деле в эксперименте наблюдалась резкая асимметрия (примерно на 40 %), т.е. асимметрия слабых взаимодействий относительно левого и правого.

Гамма-распад. В отличие от α - и β -радиоактивности, γ -радиоактивность ядер не связана с изменением внутренней структуры ядра и не сопровождается изменением зарядового или массового чисел. Как при α -, так и при β -распаде дочернее ядро может оказаться в некотором возбужденном состоянии и иметь избыток энергии. Когда распад ядра с вылетом нуклона энергетически невозможен, происходит снятие возбуждения за счет испускания γ -квантов – высокоэнергетичных фотонов. Соответственно, γ -излучение является потоком γ -квантов (фотонов) и не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например, проходит через слой свинца толщиной 5 см), при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию.

В отличие от β -распада, γ -излучение – явление не внутринуклонное, а внутриядерное. Изолированный свободный нуклон не может испустить (или поглотить) γ -квант из-за совместного действия законов сохранения энергии и

импульса. Последнее полностью аналогично тому, что фотоэффект на свободных электронах невозможен. В то же время внутри ядра нуклон может испустить квант, передав при этом часть импульса другим нуклонам.

Времена жизни γ -активных ядер в среднем невелики и обычно имеют порядок 10^{-7} – 10^{-11} с. В редких случаях, при сочетании высокой степени запрета с малой энергией перехода, могут наблюдаться γ -активные ядра с временами жизни макроскопического порядка – до нескольких часов, а иногда даже лет. Такие возбужденные долгоживущие состояния ядер называются *изомерами*. Данное явление было открыто в 1935 г. И.В. Курчатовым с сотрудниками. Изомерный уровень должен иметь спин, сильно отличающийся от спинов уровней, лежащих ниже, и низкую энергию возбуждения. Как правило, изомерное состояние относится к первому возбужденному уровню ядра.

Кроме γ -излучения, существует еще один механизм потери энергии возбужденным ядром – испускание электронов внутренней конверсии. В этом процессе энергия возбуждения ядра передается непосредственно одному из орбитальных электронов, который получает всю энергию кванта. С наибольшей вероятностью процесс внутренней конверсии идет на K -электронах, волновая функция которых больше всего перекрывается с ядром. Однако если энергия, освобождаемая при ядерном переходе, меньше энергии связи K -электрона, то наблюдается конверсия на L -электронах и т. д.

Радиоактивные излучения всех видов оказывают очень сильное биологическое воздействие на живые организмы, которое заключается в процессах возбуждения и ионизации атомов и молекул, входящих в состав живых клеток. Под действием ионизирующей радиации разрушаются сложные молекулы и клеточные структуры, что приводит к лучевому поражению организма.

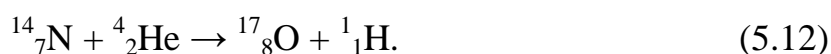
Однако человек может подвергаться действию ионизирующей радиации и в бытовых условиях. Серьезную опасность для здоровья человека может представлять инертный, бесцветный, радиоактивный газ радон $^{222}_{86}\text{Rn}$. Радон является продуктом α -распада радия и имеет период полураспада $T_{1/2} = 3,82$ сут. Радий в небольших количествах содержится в почве, в камнях, в различных строительных конструкциях. Несмотря на сравнительно небольшое время жизни, концентрация радона непрерывно восполняется за счет новых распадов ядер радия. Попадая в легкие, радон испускает α -частицы и превращается в полоний $^{218}_{84}\text{Po}$ который не является химически инертным веществом. Далее следует цепь радиоактивных превращений серии урана. По данным Американской комиссии радиационной безопасности и контроля, человек в среднем получает 55 % ионизирующей радиации за счет радона и только 11 % за счет медицинских процедур. Вклад космических лучей составляет примерно 8 %. Общая доза облучения, которую получает человек за жизнь, во много раз меньше предельно допустимой дозы (ПДД), которая устанавливается для людей некоторых профессий, подвергающихся дополнительному облучению ионизирующей радиацией.

§ 5.8 Ядерные реакции.

Ядерная реакция – это процесс взаимодействия атомного ядра с другим ядром или элементарной частицей, сопровождающийся изменением состава и структуры ядра и выделением вторичных частиц или γ -квантов.

Наиболее распространенным видом реакции является взаимодействие легкой частицы a с ядром A , в результате которого также образуются легкая частица b и ядро B : $a + A \rightarrow b + B$. В ядерной физике такая реакция сокращенно обычно записывается в виде $A(a, b)B$. Обычно ядерная реакция между частицей a и ядром A может идти несколькими конкурирующими способами. Разные возможные пути протекания ядерной реакции называют *каналами реакции*, а начальный этап ($a + A$) – *входным каналом*.

Первая ядерная реакция была осуществлена Э. Резерфордом в 1919 г.:



Эффективное сечение реакции. Выходом ядерной реакции Y называется отношение числа актов реакции N_r к числу падающих частиц N :

$$Y = N_r / N. \quad (5.13)$$

Значение выхода зависит не только от типа реакции, но и от энергии падающих частиц, размеров и типа мишени, геометрии опыта и других факторов.

Чтобы рассчитать выходы ядерных реакций, надо знать вероятность того, что частица столкнется с атомным ядром и при этом произойдет интересующая нас ядерная реакция. Рассмотрим сначала идеализированную задачу. Будем считать каждое ядро шариком радиуса r , падающие частицы – материальными точками, летящими строго по прямолинейным траекториям. Предположим также, что если траектория частицы пересекает шарик-ядро, то реакция происходит, а если не пересекает – то не происходит. Так как расстояния между ядрами атомов даже в твердом теле в десятки тысяч раз больше размеров самих ядер, то при не очень толстых слоях вещества ядра практически не будут затенять друг друга. Поэтому можно считать, что если на пути потока частиц находится пластинка вещества, имеющая площадь S и содержащая n ядер, то суммарная площадь, перекрытая ядрами, равна $n\sigma_r$, где $\sigma_r = \pi r^2$ – есть площадь геометрического поперечного сечения шарика-ядра. При данных условиях вероятность того, что траектория падающей на площадку S частицы пересечет какое-нибудь ядро, равна доле занятой площади, т.е. $n\sigma_r/S$. При сделанных выше предположениях формула (5.13) позволяет подсчитать число ядерных реакций в образце или выход реакции:

$$Y = n\sigma_r/S. \quad (5.14)$$

В действительности все обстоит гораздо сложнее. Подлетая к ядру, частица может изменить направление своего движения, например, в результате отталкивания электрических зарядов. Поэтому даже в том случае, когда продолжение первоначальной траектории частицы пересекает ядро, частица

может в него и не попасть. Но и столкнувшись с ядром, частица может отлететь от него (рассеяться) или вызвать ядерную реакцию какого-нибудь другого, не интересующего нас типа. Поэтому для расчета числа происходящих реакций, подбирают такую площадку $\sigma \neq \sigma_r$, чтобы можно было мысленно поместить ее в центр ядра и свести задачу к предыдущей, т.е. считать, что всякий раз, когда первоначальная траектория первичной частицы пересекает эту площадку, реакция происходит, а когда не пересекает, реакция не происходит. Такая условная площадка и называется *эффективным сечением ядра* для данной реакции. В качестве единицы сечения обычно выбирается *барн*: $1 \text{ б} = 10^{-28} \text{ м}^2$, примерно равный квадрату радиуса ядра.

Следует иметь в виду, что в определенных условиях одни и те же частицы на ядрах одного изотопа могут вызывать ядерные реакции разных типов. Каждый тип реакции в таких условиях будет характеризоваться своим эффективным сечением, которое называется *парциальным сечением*. Сумма парциальных сечений всех возможных процессов, включая рассеяние, называется *полным эффективным сечением* взаимодействия частиц с ядром и обозначается символом σ_t .

Итак, эффективное сечение реакции лишь по названию и размерности напоминает геометрическое сечение ядра. Фактически же эффективное сечение – это условная величина, определяющая вероятность рассматриваемой ядерной реакции.

Законы сохранения в ядерных реакциях. Большое удаление атомных ядер друг от друга при их малых размерах позволяет считать систему из двух взаимодействующих ядерных частиц замкнутой (изолированной). В изолированной системе сохраняются полная энергия и полный импульс частиц.

Закон сохранения энергии для процесса (5.12) требует, чтобы сумма кинетических энергий T и энергий покоя E_0 частиц, вступающих в реакцию, равнялась такой же сумме для конечных частиц – продуктов реакции:

$$E_{01} + T_1 = E_{02} + T_2, \quad (5.15)$$

где

$$E_{01} = M_A c^2 + m_a c^2, \quad E_{02} = M_B c^2 + m_b c^2, \quad (5.16)$$

$$T_1 = T_A + T_a, \quad T_2 = T_B + T_b. \quad (5.17)$$

В общем случае $E_{01} \neq E_{02}$. Разность $(E_{01} - E_{02})$ называется *энергетическим выходом* или просто энергией ядерной реакции:

$$Q = E_{01} - E_{02} = T_2 - T_1, \quad (5.18)$$

т. е. энергия реакции равна разности кинетических энергий конечных и начальных частиц, что эквивалентно уменьшению энергии покоя частиц в результате реакции. Преобразуем выражение (5.18), учитывая формулы (5.16):

$$Q = [(M_A + m_a) - (M_B + m_b)] c^2 = \Delta M c^2, \quad (5.19)$$

где ΔM – дефект масс.

Если $Q > 0$, то соответствующая реакция сопровождается выделением кинетической энергии за счет уменьшения энергии покоя частиц и называется *экзоэнергетической*. Экзоэнергетическая реакция, как и упругое рассеяние, может идти при любой кинетической энергии падающей частицы (если только эта энергия достаточна для преодоления с заметной вероятностью кулоновского барьера ядра в случае заряженной частицы).

Если $Q < 0$, то реакция сопровождается возрастанием энергии покоя за счет уменьшения кинетической энергии и называется *эндоэнергетической*. Часто реакции с $Q > 0$ и $Q < 0$ называют соответственно *экзотермическими* и *эндотермическими*.

Эндотермическая реакция оказывается возможной при некоторой наименьшей (*пороговой*) кинетической энергии вызывающих реакцию ядер или частиц: $T_{\text{пор}} = |Q| (1 + m_a/M_A)$.

Кроме закона сохранения полной энергии, в ядерных реакциях выполняется еще целый ряд законов сохранения: законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов, законы сохранения импульса и момента импульса, четности. Законы сохранения накладывают определенные ограничения (запреты) на протекание ядерных реакций и, следовательно, позволяют правильно записывать возможные реакции и получать важные сведения о продуктах реакции.

Классификация ядерных реакций. Ядерные реакции классифицируются по следующим признакам:

1. *по роду участвующих в них частиц* – реакции под действием нейтронов; реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, дейтронов, α -частиц); реакции под действием γ -квантов;

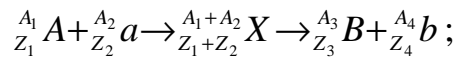
2. *по энергии вызывающих их частиц* – реакции при малых энергиях (порядка эВ), происходящие в основном с участием нейтронов; реакции при средних энергиях (до нескольких МэВ), происходящие с участием γ -квантов и заряженных частиц (протоны, α -частицы); реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи МэВ), приводящие к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц;

3. *по роду участвующих в них ядер* – реакции на легких ядрах ($A < 50$); реакции на средних ядрах ($50 < A < 100$); реакции на тяжелых ядрах ($A > 100$);

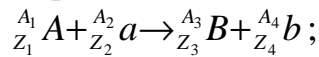
4. *по характеру происходящих ядерных превращений* – реакции с испусканием нейтронов; реакции с испусканием заряженных частиц; реакции захвата (в случае этих реакций составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ -квантов).

5. *по энергии налетающих частиц* делятся на:

– *ядерные реакции через составное ядро*; если энергия налетающей частицы $E \sim 1n$ МэВ, где $n = 1, 2, 3, \dots, 9$, то при столкновении с ядром A частица a проникает внутрь ядра и образует *составное ядро* X , в котором энергия перераспределяется между нуклонами и по истечении времени жизни составного ядра из него вылетает какая-то частица b , и образуется новое ядро B :



– *прямые ядерные реакции*; если энергия налетающей частицы $E \sim 10n$ Мэв, где $n = 1, 2, 3, \dots, 9$, то она сразу выбивает из ядра A какую-то частицу b и образуется новое ядро:



– *ядерные реакции типа “звезда”*; если энергия налетающей частицы $E \sim 100n$ Мэв, где $n = 1, 2, 3, \dots, 9$, то при встрече с ядром A происходит ядерная реакция, при которой энергии частицы a хватает на взрыв ядра, т.е. освобождение всех нуклонов и придание им импульса.

Возможны два принципиально различных способа освобождения ядерной энергии: ядерные реакции деления тяжелых ядер или термоядерный синтез.

§ 5.9 Деление тяжелых ядер.

В 1939 г. учеными О. Ганом и Ф. Штрассманом было открыто деление ядер урана. Продолжая исследования, начатые Ферми, они установили, что при бомбардировке урана нейтронами возникают элементы средней части периодической системы – радиоактивные изотопы бария ($Z = 56$), лантана ($Z = 57$), криптона ($Z = 36$) и др. Этот результат положил начало ядерным реакциям совершенно нового типа – *реакциям деления ядра*, заключающимся в том, что тяжелое ядро под действием нейтронов, а как впоследствии оказалось, и других частиц, делится на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

В основу теории деления атомных ядер Н. Бором и независимо Я.И. Френкелем положена капельная модель ядра. Ядро рассматривается как капля электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной, и подчиняющейся законам квантовой механики), частицы которой при попадании нейтрона в ядро приходят в колебательное движение, в результате чего ядро разрывается на две части, разлетающиеся с огромной энергией. Особенностью деления ядер является то, что оно сопровождается испусканием двух-трех вторичных нейтронов. Так как для средних ядер число нейтронов примерно равно числу протонов, а для тяжелых ядер число нейтронов значительно превышает число протонов, то образовавшиеся осколки деления перегружены нейтронами, в результате чего они и испускают нейтроны деления. Однако испускание нейтронов деления не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки оказываются радиоактивными. Они могут претерпеть ряд β^- -превращений, сопровождаемых испусканием γ -квантов. Так как β^- -распад сопровождается превращением нейтрона в протон, то после цепочки β^- -превращений соотношение между нейтронами и протонами в осколке достигнет величины, соответствующей стабильному изотопу.

Например, при делении ядра урана: ${}^{235}\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{139}\text{Xe} + {}^{95}\text{Sr} + 2 {}^1_0n$. Осколок деления ${}^{139}\text{Xe}$ в результате трех актов β^- -распада превращается в стабильный изотоп лантана ${}^{139}\text{La}$: ${}^{139}\text{Xe} \rightarrow {}^{139}\text{Cs} \rightarrow {}^{139}\text{Ba} \rightarrow {}^{139}\text{La}$. Осколки деле-

ния могут быть разными, поэтому возможна, например, реакция:
 $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{140}\text{Xe} + ^{94}\text{Sr} + 2^1_0\text{n}$ или $^{235}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{139}\text{Ba} + ^{94}\text{Kr} + 3^1_0\text{n}$.

Отметим, что уран встречается в природе в виде двух изотопов: ^{238}U (99,3 %) и ^{235}U (0,7 %). При бомбардировке нейтронами ядра обоих изотопов могут расщепляться на два осколка. При этом реакция деления ^{235}U наиболее интенсивно идет на медленных (тепловых) нейтронах, в то время как ядра ^{238}U вступают в реакцию деления только с быстрыми нейтронами с энергией порядка 1 МэВ. Основным интересом для ядерной энергетики представляет реакция деления ядра ^{235}U . В настоящее время известны около 100 различных изотопов с массовыми числами примерно от 90 до 145, возникающих при делении этого ядра.

В 1940 г. Г.Н. Флеров и К.А. Петржак обнаружили, что ядра урана могут делиться и самопроизвольно (спонтанно). Период полураспада спонтанного деления ^{238}U равен $8 \cdot 10^{15}$ лет. Как оказалось в дальнейшем, все ядра тяжелее тория испытывают спонтанное деление, причем, чем тяжелее ядро, и чем больше его заряд, тем в среднем больше вероятность этого процесса, т.е. тем меньше период его спонтанного деления. Период спонтанного деления очень быстро уменьшается по мере перехода к более тяжелым ядрам. Так, у изотопа плутония ^{242}Pu он равен $6,8 \cdot 10^{10}$ лет, у калифорния ^{252}Cf уже 85 лет, а у фермия ^{256}Fm – 2,7 часа.

Спонтанное деление ядер представляет собой чисто квантовомеханический эффект. Оно является результатом конкуренции двух процессов – поверхностного натяжения, стремящегося вернуть ядро в исходное состояние, и кулоновского отталкивания заряженных осколков. Таким образом, у ядра появляется потенциальный барьер, препятствующий его делению.

Следовательно, спонтанное деление ядер является *туннельным процессом*, точно так же, как это происходит при туннелировании α -частиц. Отсюда и появляется столь сильная зависимость периода спонтанного деления от заряда ядра: по мере увеличения заряда ядра уменьшается величина барьера и резко увеличивается вероятность деления. У изотопа ^{235}U барьер деления равен примерно 6 МэВ, как раз той энергии, какую вносит медленный нейтрон в ядро, и поэтому ^{235}U столь легко делится при поглощении нейтрона.

Большинство нейтронов при делении испускается практически мгновенно ($t \leq 10^{-14}$ с), а часть (около 0,7%) испускается осколками деления спустя некоторое время после деления (от 0,05 с до 60 с). Первые из них называются *мгновенными*, вторые – *запаздывающими*. Среднее число нейтронов N_n , испускаемых за один акт деления, зависит от массового числа A делящегося ядра и растет с ростом Z . Если для ядра ^{240}Pu $N_n \sim 2,2$, то уже для ^{252}Cf $N_n \sim 3,8$. Так как ^{252}Cf к тому же достаточно быстро распадается (по отношению к спонтанному делению $T_{1/2} = 85$ лет; реально его время жизни определяется α -распадом и составляет 2,64 г.), то он является интенсивным источником нейтронов. В настоящее время его рассматривают как один из самых перспективных радиоактивных источников нейтронов. Испущенные нейтроны имеют сравнительно широкий энергетический спектр в пределах от 0 до

7 МэВ, причем на один нейтрон в среднем приходится энергия около 2 МэВ.

Расчеты показывают, что деление ядер должно сопровождаться также выделением большого количества энергии. Удельная энергия связи нуклонов в ядрах с массовым числом $A \approx 240$ порядка 7,6 МэВ/нуклон, в то время как в ядрах с массовыми числами $A = 90-145$ удельная энергия примерно равна 8,5 МэВ/нуклон (рис. 5.1). Следовательно, при делении ядра урана освобождается энергия порядка 0,9 МэВ/нуклон или приблизительно 210 МэВ на один атом урана. При полном делении всех ядер, содержащихся в 1 г урана, выделяется такая же энергия, как и при сгорании 3 т угля или 2,5 т нефти. Эксперименты подтверждают, что при каждом акте деления действительно выделяется огромная энергия, которая распределяется между осколками (основная доля), нейтронами деления, а также между продуктами последующего распада осколков деления.

Образующееся на промежуточной стадии ядерной реакции составное ядро обладает рядом квазистационарных состояний, и конечное время их жизни обусловлено возможностью распада ядра на частицу (или группу частиц) и конечное ядро. Учет существования квазистационарных состояний составного ядра приводит к выводу о резонансном характере сечений реакций, протекающих с его образованием. В самом деле, если энергия частицы в системе центра инерции близка к энергии одного из уровней составного ядра, то вероятность образования последнего становится особенно большой, и сечения ядерных реакций резко возрастают, образуя резонансные максимумы.

Наиболее ярко резонансный характер сечений ядерных реакций проявляется в реакциях с нейтронами. Сечение различных нейтронно-ядерных реакций сильно зависит от энергии нейтронов, и для каждой энергетической области характерны определенные типы реакций. Нейтроны по своей энергии разделяются на две большие группы – *медленные* (от 0 до 1000 эВ) и *быстрые* (выше 100 кэВ). В области медленных нейтронов делается еще подклассификация на *холодные* (с энергиями меньше 0,025 эВ, т.е. средней кинетической энергией, соответствующей комнатной температуре), *тепловые* (с энергиями примерно до 0,5 эВ), *резонансные* (лежащие в области от 0,5 до 10 кэВ, где у полных нейтронных сечений наблюдается целый ряд резонансов). Нейтроны с энергиями от 10 до 100 кэВ носят название *промежуточных*.

Вероятность деления ядер определяется энергией нейтронов. Энергия медленных нейтронов очень мала по сравнению с характерными энергиями в ядерной физике: как правило, она меньше энергии первого возбужденного состояния ядра, и поэтому для медленных нейтронов возможны только упругое рассеяние (поглощается и испускается одна и та же частица a) и экзотермические реакции. Среди последних наибольшее значение имеет радиационный захват (n, γ), т.е. реакция, при которой нейтрон захватывается ядром, а снятие возбуждения ядра происходит за счет испускания γ -квантов. Масса конечного ядра и сумма масс ядра-мишени и нейтрона различаются примерно на 8 МэВ. Эта разница в сумме с кинетической энергией налетающего нейтрона переходит в энергию возбуждения ядра, а затем в энергию вторич-

ного γ -излучения, за исключением малой доли уносимой ядром отдачи.

Для тепловых нейтронов сечение достигает десятка тысяч барн и область 1-10 кэВ является резонансной. По мере увеличения энергии нейтронов сечение радиационного захвата падает, может быть возбуждено все больше и больше состояний, и число “открытых каналов” реакции увеличивается. Начиная примерно с 1 МэВ сечение неупругого рассеяния (n, \tilde{n}) (поглощается частица n , вылетает частица \tilde{n}) быстро возрастает с энергией. Реакции с образованием заряженных частиц типа (n, p), (n, α) идут при энергии нейтронов выше 0,5 МэВ, так как заряженной частице нужно преодолеть кулоновский барьер.

§ 5.10 Цепная реакция деления.

Испускаемые при делении ядер вторичные нейтроны могут вызвать новые акты деления, что делает возможным осуществление *цепной реакции деления* – самоподдерживающейся ядерной реакции, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции.

Энергия связи нейтронов больше в ядрах с четным числом нейтронов N , чем в ядрах с нечетным N (эффект спаривания). Поэтому когда нейтрон попадает в ядро с нечетным N и, следовательно, образуется ядро с четным N , то возбуждение ядра оказывается относительно большим, и ядро может разделиться. Попадание же нейтрона в ядро с четным N приводит к образованию ядра с нечетным N , энергия возбуждения оказывается гораздо меньше (примерно на 1 МэВ), и ее может не хватить для деления. Именно так и обстоит дело с изотопами тяжелых элементов: такие ядра, как ^{233}U , ^{235}U , ^{239}Pu делятся тепловыми нейтронами, а ядра ^{232}Th , ^{234}U , ^{236}U , ^{238}U , ^{240}Pu – нет. Высокоэнергетичные нейтроны вызывают деление практически всех ядер.

Естественный уран в основном состоит из изотопа ^{238}U , и лишь 0,7% приходится на долю ^{235}U – именно того изотопа, который легко делится нейтронами. Попадая в ядро ^{238}U , нейтрон захватывается этим ядром и сам выбывает из игры. А так как в естественном уране почти все нейтроны попадают в ядра ^{238}U , то случаи деления будут происходить крайне редко. Таким образом, цепная реакция в естественном U невозможна.

При делении возникают быстрые нейтроны, с энергией порядка 1 МэВ. Если такие нейтроны замедлить, то их способность вызывать деление ^{235}U возрастает, тогда как вероятность захвата медленных нейтронов ядрами ^{238}U остается относительно небольшой. Поэтому если поместить небольшие блоки урана в вещество, способное эффективно замедлять нейтроны, то цепная реакция может начаться и в естественном уране.

В качестве замедлителя нейтронов обычно используют воду либо графит – вещества с малым атомным весом, поскольку чем легче ядро, с которым сталкивается нейтрон, тем эффективнее происходит замедление.

Хорошо замедляют и почти не поглощают нейтроны ядра дейтерия. Ядра кислорода также плохо поглощают нейтроны, и в этом смысле наличие их в воде не мешает процессу размножения. Поэтому отличным замедлителем яв-

ляется тяжелая вода D_2O , состоящая из двух атомов дейтерия и одного атома кислорода. Тяжелая вода в свободном виде не встречается, а входит в состав обычной воды и составляет 0,016% всей воды мирового океана. Выделение тяжелой воды из обычной требует значительных энергетических затрат. Хорошим замедлителем является очень чистый графит. Его легче очистить от примесей, поглощающих нейтроны, чем выделить тяжелую воду из обычной.

Более эффективно использовать в реакторе не естественный уран, а обогащенный изотопом ^{235}U , что и делается в современных реакторах, хотя технически это достаточно трудоемкая задача. При большом обогащении предъявляется меньше требований к количеству и качеству замедлителя, поэтому в данном случае как замедлитель может быть использована дистиллированная, хорошо очищенная от примесей вода.

Цепная реакция деления характеризуется *коэффициентом размножения* k нейтронов, который равен отношению числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. *Необходимым условием* для развития цепной реакции деления является *требование* $k \geq 1$.

Оказывается, что не все образующиеся вторичные нейтроны вызывают последующее деление ядер, что приводит к уменьшению коэффициента размножения. Во-первых, из-за конечных размеров *активной зоны* (пространство, где происходит цепная реакция) и большой проникающей способности нейтронов часть из них покинет активную зону раньше, чем будет захвачена каким-либо ядром. Во-вторых, часть нейтронов захватывается ядрами неделящихся примесей, всегда присутствующих в активной зоне. Кроме того, наряду с делением могут иметь место конкурирующие процессы радиационного захвата и неупругого рассеяния.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа – от его количества, а также размеров и формы активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются *критическими размерами*. Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления *цепной реакции*, называется *критической массой*. Например, для чистого ^{235}U критическая масса составляет около 50 кг, но применение замедлителей нейтронов и специальной оболочки из бериллия, которая отражает нейтроны, позволяет снизить критическую массу до 250 г.

Скорость развития цепных реакций различна. Пусть T – среднее время жизни одного поколения, а N_n – число нейтронов в данном поколении. В следующем поколении их число равно kN_n , т.е. прирост числа нейтронов за одно поколение $dN_n = kN_n - N_n = N_n(k - 1)$. Прирост же числа нейтронов за единицу времени, т.е. скорость нарастания цепной реакции:

$$dN_n/dt = N_n(k - 1)/T. \quad (5.20)$$

Интегрируя выражение (5.20), получим:

$$N_n = N_{0n}e^{(k-1)t/T}, \quad (5.21)$$

где N_{0n} – число нейтронов в начальный момент времени, а N_n – их число в

момент времени t .

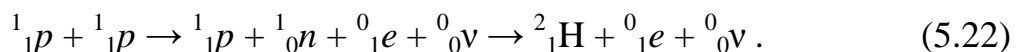
Число нейтронов N_n определяется знаком величины $(k - 1)$ в уравнении (5.21). При $k > 1$ идет *развивающаяся реакция*, число делений непрерывно растет и реакция может стать взрывной. При $k = 1$ идет *самоподдерживающаяся реакция*, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется. При $k < 1$ идет *затухающая реакция*.

Цепные реакции делятся на *управляемые и неуправляемые*. Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией. Чтобы атомная бомба при хранении не взорвалась, в ней ^{235}U делится на две удаленные друг от друга части с массами ниже критических. Затем с помощью обычного взрыва эти массы сближаются, общая масса делящегося вещества становится больше критической и возникает взрывная цепная реакция, сопровождающаяся мгновенным выделением огромного количества энергии и большими разрушениями. Взрывная реакция начинается за счет имеющихся нейтронов спонтанного деления или нейтронов космического излучения. Управляемые цепные реакции осуществляются в *ядерных реакторах*. Первый ядерный реактор был построен в 1942 г. в США под руководством Э. Ферми. В нашей стране первый реактор был построен в 1946 г. под руководством И. В. Курчатова.

§ 5.11 Термоядерный синтез.

Как в легких, так и в тяжелых ядрах энергия связи нуклона меньше, чем в ядрах с промежуточными массовыми числами. Следовательно, соединение нескольких ядер в одно более тяжелое должно также приводить к освобождению энергии. Это открывает еще один путь к использованию ядерной энергии, который называется *термоядерным синтезом*. Реакции синтеза ядер называются термоядерными, поскольку они могут осуществляться только при очень высоких температурах.

Так, например, образование простейшего сложного ядра – дейтрона ^2_1H – возможно при столкновении двух протонов с последующим преобразованием одного из них в нейтрон, т.е. реакции типа:



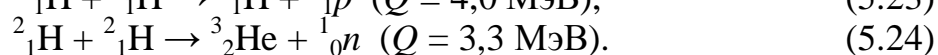
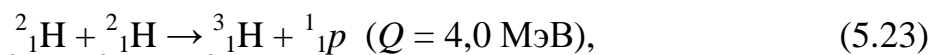
Такая реакция осуществляется лишь в том случае, если два протона окажутся на расстоянии порядка 10^{-15} м (где действуют ядерные силы) в течение времени, достаточного для осуществления перехода: $^1_1p \rightarrow ^1_0n + ^0_1e + ^0_0\nu$.

Сближению протонов препятствует кулоновское отталкивание, и для его преодоления необходимо, чтобы протоны сталкивались с относительной энергией, превышающей 10^5 эВ.

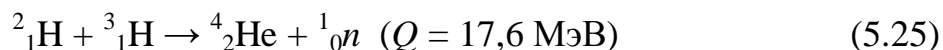
Время, в течение которого два быстрых сталкивающихся протона будут находиться на расстоянии $r_p \approx 10^{-15}$ м равно примерно 10^{-20} с, а для реакции (5.22) требуется в среднем не менее 10^3 с. Поэтому в лабораторных условиях реакция (5.22) не осуществляется. Она возможна только в недрах звезд.

Реально в лабораторных условиях на Земле можно осуществить реакцию слияния ядер дейтерия ^2_1H – дейтронов, которая с равной вероятностью

может проходить по двум каналам:



При столкновении быстрого дейтрона ${}^2_1\text{H}$ с тритием ${}^3_1\text{H}$, образующимся в процессе (5.23), происходит реакция:



Число реакций синтеза зависит от величины сечения реакции. Сечение термоядерной реакции очень мало – порядка 10^{-2} барн. Следует сразу отметить, что при температуре, необходимой для инициирования реакции синтеза, энергия частиц намного превышает энергию ионизации водорода, поэтому вещество оказывается полностью ионизованным, т.е. плазмой.

Реакции синтеза атомных ядер обладают той особенностью, что в них энергия, выделяемая на один нуклон, значительно больше, чем в реакциях деления тяжелых ядер. Например, если при делении ядра ${}^{238}\text{U}$ выделяется энергия примерно 200 МэВ, что составляет 0,84 МэВ/нуклон, то в реакции синтеза (5.25) $\approx 3,5$ МэВ/нуклон.

Оценим температуру протекания реакции синтеза на примере (5.23). Величина потенциального барьера: $e^2/(4\pi\epsilon_0 r_p) \approx 0,7$ МэВ. Так как на долю каждого сталкивающегося ядра приходится половина указанной энергии, то средней энергии теплового движения, равной 0,35 МэВ, соответствует температура, приблизительно равная $2,6 \cdot 10^9$ К. Следовательно, реакция синтеза ядер дейтерия может происходить лишь при температуре, на два порядка превышающей температуру центральных областей Солнца (примерно $1,3 \cdot 10^7$ К). Однако оказывается, что для протекания реакции синтеза атомных ядер достаточно температуры порядка 10^6 К. Это связано с двумя факторами:

1) при температурах, характерных для реакций синтеза атомных ядер, любое вещество находится в состоянии плазмы, распределение частиц которой подчиняется закону Максвелла; поэтому всегда имеется некоторое число ядер, энергия которых значительно превышает среднее значение;

2) синтез ядер может происходить вследствие туннельного эффекта.

Впервые искусственная термоядерная реакция осуществлена в СССР (1953), а затем (через полгода) в США в виде взрыва водородной (термоядерной) бомбы, являющегося *неуправляемой реакцией*. Взрывчатым веществом, в котором происходила реакция, является смесь дейтерия и трития, а запалом – “обычная” атомная бомба, при взрыве которой возникает необходимая для протекания термоядерной реакции температура. Содержание дейтерия в мировом океане порядка 10^{16} кг, и расчеты показывают, что взрыв водородной бомбы мощностью около 100 Мегатонн над океаном можно создать благоприятные условия для зажигания термоядерной реакции синтеза в самой жидкости, что приведет к необратимым последствиям для человечества в частности, и планеты Земля в целом. Поэтому все страны мира отказались от использования водородных бомб и содержания их на вооружении.

История научных поисков решения проблемы *управляемой термоядер-*

ной реакции насчитывает более 40 лет. Для ее обеспечения необходимо создание и поддержание в ограниченном объеме температуры порядка 10^8 К. Так как при данной температуре термоядерное рабочее вещество представляет собой полностью ионизованную плазму, возникает проблема ее эффективной термоизоляции от стенок рабочего объема. На данном этапе развития считается, что основным путь в этом направлении – это удержание плазмы в ограниченном объеме сильными магнитными полями специальной формы. Физические основы удержания плазмы в тороидальных системах были заложены в работах Л.А. Арцимовича и М.А. Леонтовича. Наилучшие результаты получены в этом направлении на установках типа «Токамак» (тороидальная камера с магнитными катушками).

Под руководством Л.А. Арцимовича коллектив ученых Института атомной энергии (ИАЭ) им. И.В. Курчатова осуществил пуск летом 1975 г. в ИЭА термоядерной установки «Токамак-10» (Т-10). В Т-10, как и во всех установках этого типа, плазма создается в тороидальной камере, находящейся в магнитном поле, а само плазменное образование – плазменный шнур – также имеет форму тора. В Т-10 плазма с температурой $8 \cdot 10^6$ К и плотностью примерно 10^{18} м^{-3} создается в объеме, приблизительно равном 5 м^3 , на время около 1 с.

На установке JET (Joint European Torus) в международной лаборатории, объединяющей 14 стран Европы, получена плазма с температурой $3 \cdot 10^8$ град, при плотности частиц $4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$. В конце 1991 г. здесь за счет синтеза (5.25) впервые была достигнута мощность 1,7 МВт в течение временного промежутка порядка 2 с.

Наибольший успех в создании управляемой термоядерной реакции достигнут на китайской установке EAST (Experimental Advanced Superconducting Tokamak) в городе Хэфэй, столице восточной китайской провинции Аньхой. Реактор обошелся в 200 миллионов юаней (\$25 млн) – это самый дешевый реактор такого типа в мире (устройство является модификацией токамака Т-7, построенного при сотрудничестве с Россией) и первый работающий реактор, т.к. соотношение произведенной и затраченной энергии превысило единицу (1,25:1). При внешнем радиусе 1,7 м, – мощность нагрева плазмы 7,5 МВт, магнитное поле – 3,5 Тл. В 2009 г. в ходе экспериментов в токамаке удалось 400 секунд удерживать плазму с температурой 10^7 К, и удержать 60 секунд плазму с температурой 10^8 К.

В настоящее время работы по EAST являются частью программы по созданию ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), соглашение о строительстве которого подписано в 2006 году. В проекте ITER семь участников: Евросоюз, Индия, Китай, Республика Корея, Россия, США, Япония. Место для строительства: окрестности города Кадараша на юге Франции. Строительство началось в 2010 г. и продлится 8-10 лет. После завершения строительства планируется серия экспериментов на протяжении около 20 лет. Проектные характеристики проекта: общий радиус конструкции – 10,7 м, высота – 30 м. Магнитное поле – 5,3 Тл, мощность внешнего нагрева

плазмы – 40 МВт, термоядерная мощность – 500 МВт, коэффициент усиления мощности – 10X, средняя температура – 10^8 К, продолжительность импульса – более 400 с.

Перечисленные результаты вселяют надежду на то, что в XXI в. проблема управляемого термоядерного синтеза будет решена.

§ 5.12 Основные свойства элементарных частиц.

Элементарные частицы – первичные, на современном уровне знаний более не делимые частицы, из которых, по предположению, состоит вся материя. Однако этот термин часто употребляется в современной физике для наименования большой группы мельчайших, субъядерных частиц материи.

По мере развития наших знаний о природе материи в качестве элементарных объектов выступали различные частицы. Аристотель (384 – 322 гг. до н.э.) считал, что все вещество во Вселенной состоит из четырех основных элементов – земли, воздуха, воды и огня, на которые действуют две силы: сила тяжести, влекущая землю и воду вниз, и сила легкости, под действием которой огонь и воздух устремляются вверх. Такой подход к описанию строения Вселенной, когда все делится на *вещество* и *взаимодействия*, сохраняется до сих пор.

Позже в 19 веке в качестве элементарных частиц стали выступать атомы. Открытие электрона и атомного ядра привело к новым элементарным частицам: электрону и атомному ядру. В 30-х годах XX века стало ясно, что атомное ядро имеет сложную структуру, состоящую из протонов и нейтронов. В 60-х годах стало ясно, что протон и нейтрон также являются составными частицами, состоящими из двух типов кварков *u* и *d*: *p* (*uud*), *n* (*udd*).

На нашем сегодняшнем уровне знаний кварки и электрон являются элементарными частицами. Известные сегодня элементарные частицы обычно называют *фундаментальными частицами*. Теория, рассматривающая фундаментальные частицы и их взаимодействия, называется *Стандартной моделью*. Фундаментальными частицами Стандартной модели, из которых состоит вещество, являются 6 лептонов и 6 кварков (табл. 5.3). Каждый из 6 типов кварков может находиться в трёх цветовых состояниях (например: красный, зеленый, синий). Кварки и лептоны являются фермионами и имеют спин $-1/2$. 12 фундаментальным фермионам соответствуют 12 антифермионов.

Таблица 5.3

Семейства	Поколения			Заряд Q, e Кл	B	L
	1	2	3			
Лептоны	e^- (электрон)	μ^- (мю-мезон)	τ^- (таон)	-1	0	1
	ν_e (электронное нейтрино)	ν_μ (мюонное нейтрино)	ν_τ (таонное нейтрино)	0	0	1
Кварки	<i>u</i> (верхний)	<i>c</i> (очарованный)	<i>t</i> (правдивый)	+2/3	1/3	0
	<i>d</i> (нижний)	<i>s</i> (странный)	<i>b</i> (красивый)	-1/3	1/3	0

Поколение элементарных частиц – это часть классификации фундаментальных фермионов. Частицы разных поколений отличаются только массой и ароматом; все фундаментальные взаимодействия и квантовые числа идентичны. Всё вещество во Вселенной в основном построено из фундаментальных фермионов первого поколения. Частицы второго и третьего поколений являются нестабильными и распадаются с образованием частиц первого поколения.

Все лептоны обладают особым внутренним свойством, делающим их собственно лептонами. Это свойство называется *лептонным зарядом*, который обозначается буквой *L*. У частиц, не являющихся лептонами, лептонный заряд равен нулю. Все лептоны могут находиться в свободном состоянии.

Все кварки также обладают своим особым внутренним свойством, делающим их собственно кварками. Это свойство называется *барионным зарядом*, который обозначается буквой *B*. Барионный заряд любого кварка равен $1/3$. У всех лептонов барионный заряд равен нулю.

Взаимодействия фундаментальных фермионов осуществляются за счет обмена переносчиками взаимодействия – *фундаментальными бозонами*:

γ (*фотон*) – переносчик электромагнитного взаимодействия;

W, Z (*промежуточные бозоны*) – переносчики слабого взаимодействия;

g (*глюон*) – переносчик сильного взаимодействия.

Переносчиком гравитационного взаимодействия, согласно существующим воззрениям, является *гравитон*, частица с нулевой массой, однако экспериментально он до сих пор не обнаружен.

Способность к взаимным превращениям – это наиболее важное свойство всех элементарных частиц. Они способны рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться). Это относится также и к стабильным частицам с той только разницей, что превращения стабильных частиц происходят не самопроизвольно, а при взаимодействии с другими частицами.

В космических лучах в 1932 г. К. Андерсоном была обнаружена первая античастица – позитрон. Эта частица отличалась от электрона только знаком электрического заряда. В 1955 г. открыт антипротон, в 1956 г. – антинейтрон. В настоящее время известно, что практически всякая частица имеет свой "антипод" – *античастицу*. Частица и античастица имеют совершенно одинаковые массы, спины, четности, равны времена их жизни, но они характеризуются противоположными по знаку квантовыми числами, которые приписываются частицам для описания закономерностей их взаимодействий. Для обозначения античастиц над символом частиц ставят знак " \sim " (тильда). Одна из античастиц, античастица электрона, имеет собственное название – позитрон. Название остальных античастиц образуется из названий соответствующих частиц с добавлением приставки "анти".

Лишь немногие частицы истинно (абсолютно) нейтральны: у них все квантовые числа, отличающие частицу от античастицы, равны нулю. Поэтому в данном случае античастицы совпадают с самими частицами. К ним относятся, в частности, фотон (γ), нейтральный пион (π^0), эта-нуль-мезон (η^0).

Важнейшим свойством родственных частиц и античастиц является их способность к *аннигиляции*, то есть к взаимному уничтожению при встрече. При этом вместо “исчезнувших” частиц появляются совсем другие частицы – частицы поля. Так например, аннигиляция электрона и позитрона сопровождается “рождением” двух фотонов (γ): ${}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e \rightarrow 2\gamma$. Здесь масса превратилась в энергию, а вещество превратилось в поле. Возможен и обратный процесс: позитроны могут рождаться при взаимодействии γ -квантов большой энергии ($E_\gamma > 1,02 \text{ МэВ} = 2m_e c^2$) с веществом: $\gamma \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_{+1}e$. В принципе из антипротонов, антинейтронов и антиэлектронов можно построить антиатом и антивещество (например, в 1966 г. открыт антидейтерий, в 1970 г. – антигелий, в 1998 г. – антиводород и т.д.). Но из-за аннигиляции совместное существование вещества и антивещества невозможно.

Многие уравнения квантовой теории оказываются симметричными по отношению к зарядовому сопряжению – к замене всех частиц на античастицы и наоборот. Отсюда становится ясным, что понятия частицы и античастицы являются относительными, а не абсолютными. Например, p мы называем протоном, а \bar{p} – антипротоном только потому, что объектов первого типа во Вселенной неизмеримо больше, чем объектов второго типа.

Примерно до 50-х годов изучение элементарных частиц было тесно связано с исследованием космических лучей. Космические лучи являются уникальным природным источником частиц высокой и сверхвысокой энергий, падающих на границу земной атмосферы из мирового пространства и рождающих на своем пути в атмосфере поток вторичных частиц сложного состава. В космических лучах, кроме упомянутого позитрона, были обнаружены мюоны, π - и K -мезоны, Λ -гиперон и впервые измерены характеристики каналов их распадов и параметры взаимодействий.

Дальнейшие исследования элементарных частиц тесно связаны с развитием *ускорителей* – специальных устройств, предназначенных для получения заряженных частиц больших энергий. Ускорители различаются типом ускоряемых частиц, характеристиками пучка, а также конструкцией. В ускорителях увеличение энергии заряженных частиц происходит под действием электрического поля, направленного вдоль импульса частицы. Самым мощным современным ускорителем на встречных пучках частиц является ЛНС (Large Hadron Collider – Большой Андронный Коллайдер). Он расположен в 27 километровом тоннеле, на глубине 50-175 метров под землей. Каждый из ускоренных пучков имеет энергию 7 ТэВ – полная энергия столкновения 14 ТэВ. Ускорители существенно увеличили темп получения новых данных и в короткий срок расширили и обогатили наши знания свойств микромира. В настоящее время известно около 400 субъядерных частиц, которые принято называть элементарными. Подавляющее большинство этих частиц являются *нестабильными*. Исключение составляют лишь фотон, электрон, протон и нейтрино. Все остальные частицы через определенные промежутки времени испытывают самопроизвольные превращения в другие частицы. Неста-

бильные элементарные частицы сильно отличаются друг от друга по временам жизни. Наиболее долгоживущей частицей является нейтрон (время жизни ≈ 15 мин). Другие частицы “живут” гораздо меньшее время. Существует несколько десятков частиц со временем жизни, превосходящим 10^{-17} с. По масштабам микромира это значительное время. Такие частицы называют *относительно стабильными*. Большинство короткоживущих элементарных частиц имеют времена жизни порядка 10^{-24} – 10^{-23} с – их называют *резонансами*.

Таблица 5.4

Группа	Название частицы	Символ		Масса, МэВ	Электрический заряд, e	Спин, \hbar	Время жизни, с	
		Частица	Анти-частица					
Фотоны	Фотон	γ		0	0	1	Стабилен	
Лептоны	Нейтрино электронное	ν_e	$\tilde{\nu}_e$	$< 2 \cdot 10^{-6}$	0	1/2	Стабильно	
	Нейтрино мюонное	ν_μ	$\tilde{\nu}_\mu$	$< 0,17$	0	1/2	Стабильно	
	Нейтрино таонное	ν_τ	$\tilde{\nu}_\tau$	$< 15,5$	0	1/2	Стабильно	
	Электрон	e^-	e^+	0,511	-1 1	1/2	Стабилен	
	Мю-мезон	μ^-	μ^+	105,7	-1 1	1/2	$2,2 \cdot 10^{-6}$	
	Таон	τ^-	τ^+	1777	-1 1	1/2	$3,0 \cdot 10^{-13}$	
Адроны	Мезоны	π^0		135	0	0	$2,0 \cdot 10^{-16}$	
		π^+	π^-	140	1 -1	0	$2,6 \cdot 10^{-8}$	
		K^+	K^-	494	1 -1	0	$1,2 \cdot 10^{-8}$	
			K^0	\tilde{K}^0	498	0	0	$\approx 10^{-10}$ – 10^{-8}
		Эта-нуль-мезон	η^0		548,8	0	0	$\approx 10^{-18}$
	Барионы	Протон	p	\tilde{p}	938,3	1 -1	1/2	$> 10^{39}$
		Нейтрон	n	\tilde{n}	939,6	0	1/2	886
		Лямбда-гиперон	Λ^0	$\tilde{\Lambda}^0$	1115	0	1/2	$2,6 \cdot 10^{-10}$
		Сигма-гипероны	Σ^+	$\tilde{\Sigma}^+$	1189	1 -1	1/2	$0,8 \cdot 10^{-10}$
			Σ^0	$\tilde{\Sigma}^0$	1192	0	1/2	$\approx 10^{-14}$
			Σ^-	$\tilde{\Sigma}^-$	1197	-1 1	1/2	$1,5 \cdot 10^{-10}$
		Кси-гипероны	Ξ^0	$\tilde{\Xi}^0$	1315	0	1/2	$2,9 \cdot 10^{-10}$
			Ξ^-	$\tilde{\Xi}^-$	1321	-1 1	1/2	$1,6 \cdot 10^{-10}$
		Омега-минус-гиперон	Ω^-	$\tilde{\Omega}^-$	1672	-1 1	1/2	$0,8 \cdot 10^{-11}$

Все элементарные частицы объединяются в три группы: *фотоны*, *лептоны* и *адроны* (табл. 5.4), причем адроны – тяжелые частицы, состоящие из кварков, делятся на две подгруппы: *барионы* (спин 1/2) и *мезоны* (спин 0).

Рождение элементарных частиц является результатом взаимодействия частиц между собой, т.е. они появляются в результате ядерных реакций. Это свойство элементарных частиц – релятивистский эффект, обусловленный соотношением между массой частицы m , ее энергией E и импульсом p :

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (5.26)$$

Из выражения (5.26) следует известное соотношение Эйнштейна

$$E_0 = m_0 c^2, \quad (5.27)$$

означающее, что энергия покоя тела пропорциональна его массе. Тем самым массу частиц можно выражать в энергетических единицах, что и принято в физике элементарных частиц. Для стабильных или долгоживущих частиц массу определяют путем независимого измерения энергии и импульса частицы и применения формулы (5.26). Естественной единицей в атомной физике является 1 эВ. Несмотря на то, что это внесистемная единица, ею пользуются, поскольку она правильно отражает масштаб атомных явлений.

Рассмотрим вначале, как расположены по энергии частицы массой примерно до 1,8 ГэВ. В табл. 5.4 показано расположение частиц по массам и их характеристики; стрелками изображены некоторые каналы распада частиц.

Как видно из таблицы, частицы расположены неравномерно. Рядом с нейтроном и протоном расположены Λ -частица массой 1115 МэВ и три сигмы, называемые сигма-минус (Σ^-), сигма-нуль (Σ^0) и сигма-плюс (Σ^+), с почти одинаковыми массами около 1190 МэВ. Группы частиц почти одинаковой массы называются *мультиплетами*. Первый мультиплет – это пара (дублет) протон-нейтрон (нуклоны N), потом идут гипероны: синглет (одиночка) лямбда Λ , потом – триплет (тройка) сигм Σ . Частицы с меньшей, чем нейтрон и протон массой, – триплеты пионов (π) и K -мезонов – образуют группу мезонов. Три заряженные частицы – электрон e^- , мюон μ^- , таон τ^- и три нейтральных нейтрино – электронное ν_e , мюонное ν_μ и таонное ν_τ – образуют группу лептонов. В ядерных реакциях нейтрино различных сортов участвуют только в паре с соответствующими лептонами. Так, нейтрино от распада π^+ -мезона ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$) при взаимодействии с веществом рождает лишь отрицательные мюоны ($\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + \dots$) и не могут рождать лептоны μ^+ , e^\pm , τ^\pm . Этот факт нашел свое отражение в выводе о существовании трех лептонных зарядов (см. ниже). Вне рассмотренной систематики остался пока только фотон – квант электромагнитного поля.

Мир элементарных частиц оказался очень сложным. Закономерности, управляющие поведением материи в малых масштабах, оказались настолько необычными, что для истолкования происходящих с ними процессов квантовой механики оказалось недостаточно. Понадобился следующий шаг – разработка *квантовой теории поля*, а затем и *квантовой хромодинамики*.

§ 5.13 Методы регистрации элементарных частиц

Приборы, применяемые для исследования и регистрации частиц, можно разделить на две группы. В первую входят устройства, позволяющие установить факт наличия частицы в определенном месте пространства. Они называются счетчиками. С их помощью можно иногда судить об энергии частицы. К этой группе относятся ионизационные камеры и газоразрядные, черенковские, сцинтилляционные и полупроводниковые счетчики. Пролет час-

тицы в них вызывает образование импульсов тока или вспышку на экране (сцинтилляцию). Ко второй группе относятся приборы, позволяющие наблюдать траекторию (трек) частиц. Они называются трековыми.

Принципы работы ионизационных камер и газоразрядных счетчиков подобны. Различаются они видом электродов и режимом работы. Например, газоразрядные счетчики выполнены в виде проводящего цилиндра, по оси которого расположена нить из проволоки. Катодом является цилиндр, анодом – нить. Частица попадает в счетчик либо через специальное окошко в торце, либо непосредственно через катод. Создаваемые ею пары ионов – электронов движутся в электрическом поле. За счет ударной ионизации разряд значительно увеличивается по величине. В зависимости от того, в какой области газового разряда работает счетчик, различают их различные типы. Пропорциональный счетчик работает в области пропорциональности (третья область), счетчик Гейгера-Мюллера – в области Гейгера (пятая область). По величине импульса тока в пропорциональном счетчике можно судить об энергии частицы. В счетчике Гейгера-Мюллера возникший разряд переходит в самостоятельный. Для получения отдельных импульсов от разных частиц каждый возникший разряд нужно гасить. Это можно сделать, включив последовательно со счетчиком резистор. В отсутствие разряда ток через него равен нулю, как и падение напряжения, поэтому все подведенное напряжение сосредоточено на счетчике. Появления импульса тока приводит к возрастанию напряжения на сопротивлении и его уменьшению на счетчике. Это переводит разряд в область, расположенную левее на графике газового разряда, что и устраняет условия возникновения самостоятельного разряда.

Черенковский счетчик основан на использовании излучения Вавилова-Черенкова. Высокоэнергетическая частица, попав в среду со скоростью большей, чем скорость света в этой среде, излучает свет в определенном направлении. Регистрация такого излучения позволяет не только установить факт наличия частицы, но и рассчитать ее энергетические параметры.

Полупроводниковый счетчик представляет собой $p-n$ переход, включенный в обратном направлении. При таком включении вблизи перехода имеется область, обедненная основными носителями. Ионизирующая частица, попав в эту область, создает на своем пути носители, которые и создают импульс тока.

Рассмотрим устройство и принцип действия трековых приборов.

1. Камера Вильсона. Элементарная частица, пролетая в объеме камеры, на своем пути создает цепочку ионизированных атомов или молекул. Они являются центрами конденсации пересыщенного пара, образующегося в камере в определенный момент за счет быстрого адиабатического расширения. Рабочая смесь состоит из неконденсирующегося газа (гелия, азота и др.) и паров воды или этилового спирта. Цепочка из сконденсировавшихся капелек образует видимый трек. Он фотографируется несколькими камерами, расположенными в разных точках. После обработки снимков можно восстановить

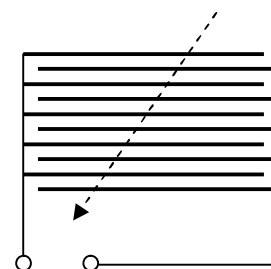
положение трека в пространстве. Камера работает циклами, причем время регистрации частиц во много раз меньше длительности подготовительного этапа.

2. Диффузионная камера. Как и в предыдущем случае рабочим веществом является пересыщенный пар. Пересыщение создается диффузией паров спирта в поле градиента температуры между верхней поверхностью камеры и дном, охлаждаемым твердой углекислотой с температурой -70°C . Диффузионная камера работает непрерывно.

3. Пузырьковая камера. Трек возникает за счет пузырьков пара на ионах в перегретой жидкости. В качестве нее используется Жидкий водород, пропан и другие. перегретой жидкостью становится в результате резкого сброса давления. Камера работает циклами.

4. Эмульсионная камера. Она состоит из стопки фотоэмульсии общей толщиной до нескольких десятков сантиметров. каждая пластина пронумерована и имеет координатную сетку. После пролета частицы и проявки пластинок в месте пересечения трека с плоскостью эмульсии появляется точка. По координатам этих точек можно воссоздать траекторию.

5. Искровая камера. Прибор состоит из системы плоских параллельных обкладок, на которые подается напряжение (рис. 111). На пути частицы в пространстве между обкладками возникают искровые разряды, что делает трек видимым. Подаваемое на обкладки напряжение имеет величину около 15 кВ.



Трековые приборы часто помещают во внешнее магнитное поле. При этом на заряженные частицы действует сила Лоренца. По искривлению траектории можно определять ряд дополнительных параметров. Кроме того, перед камерами иногда ставят счетчики, которые позволяют предварительно определить момент запуска трекового прибора для исследования параметров частиц.

§ 5.14 Фундаментальные взаимодействия.

Взаимодействие между частицами приводит к рождению новых частиц, превращению одних частиц в другие. Все взаимодействия в природе можно свести к четырем фундаментальным взаимодействиям: *гравитационному, электромагнитному, сильному и слабому*. Термин “сильное” или “слабое” взаимодействие является эмоциональным выражением скорости наблюдаемых процессов, поскольку физик измеряет в эксперименте скорость реакции – абсолютную скорость и скорость относительно других реакций. Ниже в табл. 5.5 представлены эти взаимодействия и их характеристики.

Кварки способны принимать участие во всех четырех взаимодействиях. Поэтому в табл. 5.5 даны значения относительных интенсивностей различных взаимодействий, участниками которых являются именно кварки. Наибо-

лее интенсивно сильное взаимодействие кварков. Относительная интенсивность сильного взаимодействия кварков принята за единицу. Интенсивность других взаимодействий дана в сравнении с интенсивностью сильного взаимодействия.

Понятие *характерного времени* взаимодействия условно. Эмпирически его можно ввести как минимальное время жизни частиц, подверженных распадам в результате данного взаимодействия. Вопросительный знак означает, что микроскопические проявления гравитационного взаимодействия пока не изучены.

Сильное взаимодействие существует только в микромире на околоядерном уровне. Благодаря сильному взаимодействию существуют нуклоны и ядра атомов. Собственно сильное взаимодействие объединяет кварки и антикварки в нуклоны и другие адроны. Действие же ядерных сил, связывающих нуклоны в ядре, обеспечено остаточным сильным взаимодействием.

Таблица 5.5

Вид взаимодействия	Участники взаимодействия	Относительная интенсивность	Радиус действия, м	Характерное время, с
S (сильное)	Кварки и адроны	1	10^{-15}	10^{-23}
E (электромагнитное)	Все частицы, обладающие электрическим зарядом, и фотоны	10^{-2}	∞	10^{-20}
W (слабое)	Все частицы, кроме фотонов	10^{-10}	10^{-18}	10^{-13}
G (гравитационное)	Все частицы	10^{-38}	∞	?

Сильные и ядерные силы являются короткодействующими, причем удивительной особенностью этих сил является то, что они не убывают с увеличением расстояния между частицами.

Электромагнитное взаимодействие примерно в 137 раз слабее сильного взаимодействия. В электромагнитном взаимодействии участвуют только электрически заряженные частицы и тела. Тела, имеющие одинаковые по знаку электрические заряды отталкиваются, а имеющие заряды разных знаков притягиваются. Это отталкивание и притяжение осуществляется в соответствии с законом Кулона, справедливым для точечных заряженных тел:

$$F_k = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

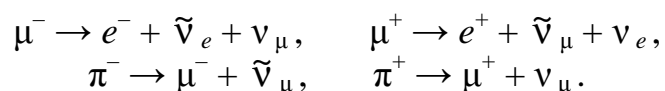
где q_1 и q_2 – величины электрических зарядов; r – расстояние между зарядами.

Кулоновские силы являются дальнодействующими, и электромагнитное взаимодействие распространяется на бесконечность. Электромагнитное взаимодействие обеспечивает существование атома посредством кулонов-

ского притяжения электрически положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов.

Электромагнитное взаимодействие лежит в основе межмолекулярных сил, обеспечивающих существование молекул и поведение кристаллов, жидкостей и газообразных тел. А также лежит в основе сил упругости и трения, химических реакций, всех наблюдаемых электрических, магнитных и оптических явлений. Напомним, что свет – это электромагнитная волна.

Слабое взаимодействие присуще всем фундаментальным фермионам и его предназначением является изменение природы частиц, то есть превращение одного кварка или лептона в другой кварк или лептон. В микромире слабое взаимодействие играет решающую роль. Слабые процессы обнаруживают себя только там, где законы сохранения запрещают осуществление сильных взаимодействий. Поэтому слабым взаимодействиям раньше отводилась роль мусорщика, выметающего осколки после высокоэнергетических столкновений, отданных на откуп сильным взаимодействиям. Задача слабого взаимодействия – удалять нестабильные продукты путем распадов. Наиболее известное его проявление – β -превращения атомных ядер. Оно же обеспечивает нестабильность многих элементарных частиц, например нейтрона. Примерами слабых процессов служат также распады мюонов и пионов (табл. 5.4):



Слабое взаимодействие проявляется не только в микромире. Его влияние распространяется и на мегамир. Без слабого взаимодействия погасло бы Солнце и другие звезды, поскольку “топливом” для термоядерных реакций, обеспечивающих “горение” звезд, служит ${}^4\text{He}$, полученный из четырех протонов, два из которых превратились в нейтроны. Эта реакция осуществляется благодаря слабому взаимодействию.

Нейтрино – уникальные частицы, так как они могут участвовать только в слабом взаимодействии (если не считать гравитационного).

Гравитационное взаимодействие является самым слабым и самым универсальным. Оно обеспечивает взаимное притяжение всех тел во Вселенной, имеющих массу. Это взаимное притяжение осуществляется в соответствии с законом всемирного тяготения, справедливым для точечных масс:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где m_1 и m_2 – массы тел; r – расстояние между центрами тел.

Гравитационные силы являются дальнодействующими, и гравитационное взаимодействие распространяется на бесконечность. Гравитация удерживает все тела на Земле, собирает вещество в планеты и звезды, удерживает планеты на орбитах и “связывает” звезды в скопления и галактики. Таким образом, в астрономических масштабах гравитация играет определяющую роль.

В микромире гравитацией можно пренебречь по сравнению с другими

более интенсивными взаимодействиями. Например, атом водорода, удерживаемый как единое целое одной гравитационной силой, имел бы размеры порядка размеров всей Вселенной.

Теория “Великого объединения”.

Одним из фундаментальных вопросов современной физики является вопрос об объединении взаимодействий. Не являются ли четыре фундаментальных взаимодействия следствием единого взаимодействия, которое по-разному проявляет себя при различных энергиях и расстояниях.

В 60-70 гг. была теоретически обоснована, а в 80-х г. экспериментально доказана, теория, объединившей электромагнитное и слабое взаимодействия в единое т.н. *электрослабое взаимодействие*. Эта новая теория рассматривает электромагнитное поле и поле слабого взаимодействия как разные компоненты одного поля. Физики-теоретики прилагают значительные усилия, чтобы рассмотреть на единой основе не только электромагнитное и слабое, но и сильное взаимодействие. Эта, еще не созданная, теория получила название “Великого объединения”.

В настоящее время считается доказанным, что единое поле, объединяющее все виды взаимодействия, может существовать только при чрезвычайно больших энергиях частиц, недостижимых на современных ускорителях. Такими большими энергиями частицы могли обладать только на самых ранних этапах существования Вселенной, которая возникла в результате так называемого *Большого взрыва (Big Bang)*.

Космология – наука об эволюции Вселенной – предполагает, что Большим взрывом произошел 18 миллиардов лет тому назад. В стандартной модели эволюции Вселенной предполагается, что в первый период после взрыва температура могла достигать 10^{32} К, а энергия частиц ($E = kT$) достигать значений 10^{19} ГэВ. В этот период материя существовала в форме кварков и нейтрино, при этом все виды взаимодействий были объединены в единое силовое поле. Постепенно по мере расширения Вселенной энергия частиц уменьшалась, и из единого поля взаимодействий сначала выделилось гравитационное взаимодействие (при энергиях частиц $\leq 10^{19}$ ГэВ), а затем сильное взаимодействие отделилось от электрослабого (при энергиях порядка 10^{14} ГэВ). При энергиях порядка 10^3 ГэВ все четыре вида фундаментальных взаимодействий оказались разделенными.

§ 5.15 Лептоны.

Лептоны (leptos (греч.) – легкий, мелкий) – элементарные частицы, не участвующие в сильном взаимодействии и имеющие спин $J = 1/2$, т.е. являющиеся фермионами. Общее число лептонов невелико – их всего 6 (табл. 5.3). Известно три заряженных лептона, участвующих в электромагнитном и слабом взаимодействиях: *электрон* e^- (1897 г.), *мю-мезон (мюон)* μ^- (1937 г.), *таон* τ^- (1975 г.). Каждому из них соответствует нейтральная частица, участвующая только в слабом взаимодействии: *электронное нейтрино* ν_e (1956 г.), *мюонное нейтрино* ν_μ (1962 г.), *таонное нейтрино* ν_τ (2000 г.).

По определению, лептонный заряд L для всех лептонов $L = +1$, для всех антилептонов $L = -1$, для остальных частиц $L = 0$. Лептонный заряд, как считается, сохраняется в любом взаимодействии, и пока это предположение подтверждается всей совокупностью опытных данных. Именно поэтому, в частности, одни реакции разрешены (L сохраняется), другие не обнаружены:

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_e + p &\rightarrow n + e^+, & \nu_e + p &\not\rightarrow n + e^+, \\ \nu_e + n &\rightarrow p + e^-, & \nu_e + n &\not\rightarrow p + \mu^-, \\ \nu_\mu + n &\rightarrow p + \mu^-, & \nu_\mu + n &\not\rightarrow p + e^-. \end{aligned}$$

Таблица 5.6

Дуплеты лептонов	Лептонные заряды		
	L_e	L_μ	L_τ
e^-, ν_e	+1	0	0
μ^-, ν_μ	0	+1	0
τ^-, ν_τ	0	0	+1

Заряженные лептоны всегда появляются в паре только со своим родственником нейтрино. Такое поведение объясняется наличием трех разных лептонных зарядов: лептонного электронного L_e , лептонного мюонного L_μ и лептонного таонного L_τ (табл. 5.6).

Таким образом, в любом взаимодействии сохраняется не только полный лептонный заряд $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, но и каждый из трех его видов по отдельности.

С момента открытия нейтрино прошло более 70 лет, но до сих пор эта частица остается самой загадочной из элементарных частиц. Нейтрино не имеет ни электрического, ни цветового заряда и взаимодействует с веществом только в слабых процессах. Как единственный нейтральный фермион нейтрино может быть безмассовым, что и заложено в Стандартную модель.

Обнаружение массы свидетельствовало бы о появлении новой физики далеко за пределами Стандартной модели в области порядка 10^{15} ГэВ. Также, если $m_\nu \neq 0$, а законы сохранения лептонных зарядов в какой-то степени нарушаются, то возможны *нейтринные осцилляции*, т.е. самопроизвольные взаимопревращения $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ и т.п. Экспериментально наличие осцилляции должно проявляться в виде ослабления первичного пучка нейтрино данного сорта даже если он строго коллимирован и не взаимодействует с веществом. Кроме того, в этом пучке будут возникать новые сорта нейтрино. Поставлено несколько опытов по поиску нейтринных осцилляции, но их результаты пока неоднозначны.

Не меньшее значение имеет наличие массы нейтрино в современной астрофизике и космологии, формируя наши взгляды на строение и эволюцию вселенной. Массивное нейтрино – основной кандидат на роль “темной” материи.

§ 5.16 Адроны.

Адроны (hadros (греч.) – сильный, крупный) – элементарные частицы, участвующие в сильном взаимодействии.

Класс адронов самый многочисленный: он насчитывает более 300 частиц (если считать и античастицы). Различают “стабильные” адроны со средними

времена жизни $t_h \geq 10^{-23}$ с и резонансы, времена жизни которых $t_h \sim 10^{-24} - 10^{-23}$ с. Самой характерной особенностью резонансов является то, что они распадаются в результате сильного взаимодействия, тогда как распады “стабильных” адронов обусловлены гораздо менее интенсивными взаимодействиями, главным образом слабым, иногда электромагнитным.

Адроны, обладающие целыми спинами, называют *мезонами*; адроны, имеющие полуцелые спины, называют *барионами*. По типу статистики мезоны относятся к бозонам, а барионы – к фермионам. Таким образом, бывают стабильные мезоны и стабильные барионы, а также мезонные резонансы и барионные резонансы. Для характеристики этого различия вводят физическую величину, аналогичную лептонному заряду, – барионный заряд B . По определению, у всех барионов $B = +1$, у всех антибарионов $B = -1$, у всех прочих частиц $B = 0$. Пока считается, что барионный заряд сохраняется во всех взаимодействиях. Этим обусловлена, в частности, абсолютная стабильность протона – самого легкого бариона.

Обилие открытых и вновь открываемых адронов навела ученых на мысль, что все они построены из каких-то других более фундаментальных частиц. В 1964 г. независимо друг от друга М. Гелл-Манном и Д. Цвейгом была выдвинута гипотеза, подтвержденная последующими исследованиями, что все тяжелые частицы – адроны – построены из более фундаментальных частиц, названных кварками (табл. 5.3). На основе кварковой гипотезы не только была понята структура уже известных адронов, но и предсказано существование новых. Теория Гелл-Манна предполагала существование трех кварков и трех антикварков, соединяющихся между собой в различных комбинациях. Так, каждый барион состоит из трех кварков, антибарион – из трех антикварков. Мезоны состоят из пар кварк–антикварк, поэтому их барионный заряд $B = 1/3 - 1/3 = 0$.

Впоследствии было открыто ещё три более массивных кварка. Каждый из этих кварков является носителем определённого квантового числа, названного его *ароматом*.

Квантовые числа кварков, образующих адрон, определяют квантовые числа адронов. Адроны имеют определенные значения электрического заряда Q , спина J , чётности P (характеризует поведение физической величины при зеркальном отражении $\hat{r} = -\hat{r}$), изоспина I (группы адронов с примерно равными массами и одинаковыми квантовыми числами B, s, c, b, t, J, P , но с разными электрическими зарядами, называются *изотропическими мультиплетами*, и каждая группа рассматривается как одна частица, находящаяся в разных зарядовых состояниях, характеризуемых проекцией изоспина I_3). Квантовые числа s (*странность*), c (*очарование* или *шарм*), b (*bottom*) и t (*top*) разделяют адроны на: обычные нестранные частицы (p, n, π, \dots); странные частицы ($K, \Lambda, \Sigma, \dots$); очарованные ($D, \Lambda_c, \Sigma_c, \dots$) и боттом-частицы (B, Λ_B, Ξ_B).

Значение электрического заряда частиц, входящих в изотопический мультиплет, дается обобщенной формулой Гелл-Манна-Нишиджимы:

$$Q = I_3 + (B + s + c - b + t)/2,$$

где величину $Y = B + s + c - b + t$ называют *гиперзарядом*.

Установлено, что t -кварк имеет время жизни $\approx 10^{-25}$ с, поэтому он не успевает образовать адрон. Всё многообразие адронов возникает в результате различных сочетаний u -, d -, s -, c -, b -кварков, образующих связанные состояния. Примеры кварковой структуры мезонов и барионов приведены в табл. 5.7.

Систему $c\bar{c}$ называют *чармонием*. Связанная система $b\bar{b}$ -кварков называется *боттонием*. Подобные системы называются *кваркониями*.

Таблица 5.7

Мезоны ($B = 0$)					Барионы ($B = +1$)				
Частица	Масса, МэВ	Q	I_3	Кварковый состав	Частица	Масса, МэВ	Q	I_3	Кварковый состав
π^+	140	+1	+1	$u\bar{d}$	p	938	+1	+1/2	uud
π^0	135	0	0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	n	940	0	-1/2	udd
π^-	140	-1	-1	$\bar{u}d$	Λ^0	1115	0	0	uds
K^+	494	+1	+1/2	$u\bar{s}$	Σ^+	1189	+1	+1	uus
K^0	498	0	-1/2	$d\bar{s}$	Σ^0	1192	0	0	uds
K^-	494	-1	-1/2	$\bar{u}s$	Σ^-	1197	-1	-1	dds
ω	783	0	0	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	Δ^{++}	1236	+2	+3/2	uuu
D^+	1869	+1	+1/2	$c\bar{d}$	Δ^-	1236	-1	-3/2	ddd
D^-	1869	-1	-1/2	$\bar{c}d$	Ξ^-	1321	-1	-1/2	dss
J/Ψ	3097	0	0	$c\bar{c}$	Ξ^0	1345	0	+1/2	uss
\square	9460	0	0	$b\bar{b}$	Ω^-	1672	-1	0	sss

§ 5.17 Кварки.

Кварки – элементарные частицы из которых состоят адроны. Они обладают электрическим зарядом, кратным $e/3$, имеют спин $J = 1/2$. Гелл-Манн позаимствовал термин “кварк” из романа ирландского писателя Дж. Джойса “Поминки по Финнегану”, герою которого во сне часто слышалась таинственная фраза: “Три кварка для доктора Марка”.

Таблица 5.8

Название	Символ	Масса, МэВ	Ароматы кварков							
			Q	B	I	I_3	s	c	b	t
Верхний	u	330	+2/3	1/3	1/2	+1/2	0	0	0	0
Нижний	d	330	-1/3	1/3	1/2	-1/2	0	0	0	0
Странный	s	510	-1/3	1/3	0	0	-1	0	0	0
Очарованный	c	1800	+2/3	1/3	0	0	0	+1	0	0
Красивый	b	5000	-1/3	1/3	0	0	0	0	+1	0
Правдивый	t	175000	+2/3	1/3	0	0	0	0	0	+1

Все обнаруженные до 1974 г. адроны можно было описать, составляя их из кварков трех типов: u -, d -, s -. Каждой комбинации кварков соответствовала экспериментально наблюдаемая частица. В 1974 г. были открыты частицы, в состав которых входил c -кварк. В 1977 г. был открыт b -кварк. В 1995 г. – t -кварк. Все адроны состоят из комбинации этих шести кварков, и есть достаточно веские основания считать, что число кварков не должно быть больше шести. В свободном состоянии кварки не обнаружены.

Свойства кварков (чаще говорят – “ароматы”) даны в табл. 5.8.

Как видно из табл. 5.7, барионы Δ^{++} , Δ^- , Ω^- состоят из трех одинаковых кварков, причем, как показали эксперименты, они находятся в одном и том же квантовом состоянии. В силу того, что кварки – фермионы, этого не должно быть, что и послужило основанием для введения еще одной квантовой переменной – *цвета* или *цветового заряда*.

Цвет кварков – это условное название внутренней степени свободы каждого из шести кварков, принимающей три значения, и выполняющей роль заряда сильного взаимодействия. Обычно используют три цвета – *красный* (k), *зеленый* (z) и *синий* (c). Существование цвета означает, что кварков не шесть (u, d, s, c, b, t), а восемнадцать – кварки каждого аромата утраиваются.

Цвет является аддитивным сохраняющимся квантовым числом. Антикварки характеризуются *антицветом*. Антикварки бывают *антикрасными* (ak), *антизелеными* (az) и *антисиними* (ac). Антикварков с учётом антицвета тоже восемнадцать.

Квантовая хромодинамика (КХД) непосредственно связана с цветовым зарядом. Цветовая аналогия удобна, поскольку совокупность трех дополнительных цветов дает белый (нулевой) цвет. Комбинация “цвет + антицвет” тоже бесцветна. Силы взаимодействия между кварками называют цветными. Кварки объединяются в адроны так, что получаются бесцветные комбинации.

Кварки участвуют во всех типах взаимодействий. Сильные взаимодействия – обмен глюонами (*glue* (англ.) – клей) – могут изменять цвет кварка, но не меняют его аромат. Слабые взаимодействия, наоборот, не меняют цвет, но могут менять аромат. Необычные свойства сильного цветового взаимодействия приводят к тому, что одиночный кварк не может удалиться на какое-либо заметное расстояние от других кварков, а значит, кварки не могут наблюдаться в свободном виде (явление, получившее название *конфайнмент*). Разлететься могут лишь бесцветные комбинации кварков – адроны.

Необходимо иметь в виду, что масса есть характеристика свободной частицы. А поскольку кварки в свободном состоянии, по-видимому, не существуют, то понятие массы для них не может быть строго определено, и массы кварков представляют собой некоторые эффективные величины. Во многих моделях оказывается плодотворным представление о *составляющих* (или *конституэнтных*) кварках в адронах, движение и взаимодействие которых, формирует адрон. В табл. 5.8. приведены массы конституэнтных кварков.

Гипотеза кварков и всё, что из неё вытекает (в частности, КХД), является наиболее консервативной гипотезой относительно строения адронов, ко-

торая способна объяснить имеющиеся экспериментальные данные.

§ 5.18 Переносчики фундаментальных взаимодействий.

В 30-е годы XX века нашими соотечественниками И.Е. Таммом и Д.Д. Иваненко была выдвинута гипотеза о том, что в мире элементарных частиц взаимодействия осуществляются посредством обмена квантами какого-либо поля. Они предположили, что фундаментальные взаимодействия возникают в результате обмена частицами, подобно тому, как ковалентная химическая связь атомов возникает при обмене валентными электронами, которые объединяются на незаполненных электронных оболочках.

Две частицы вещества (два физических тела) не могут вступить во взаимодействие, то есть испытать действие силы притяжения или отталкивания, до тех пор, пока не “узнают” с помощью соответствующего переносчика о существовании друг друга. Эти частицы-переносчики являются элементарными частицами (квантами) соответствующих полей. Все они являются бозонами и называются *фундаментальными векторными бозонами*.

В табл. 5.9 представлены частицы-переносчики четырех фундаментальных взаимодействий и свойства этих частиц.

Таблица 5.9

Вид взаимодействия	Переносчики взаимодействия	Электрический заряд Q , e Кл	Спин J , \hbar	Масса m , МэВ
S (сильное)	Глюоны (g) (8 цветных видов)	0	1	0
E (электромагнитное)	Фотоны (γ)	0	1	0
W (слабое)	(W^-)	-1	1	≈ 80200
	Бозоны: (W^+)	+1	1	≈ 80400
	(Z^0)	0	1	≈ 91200
G (гравитационное)	Гравитоны	0	2	0

В квантовой теории поля взаимодействие частиц рассматривается как рождение или поглощение одной свободной частицей других (виртуальных) частиц, иначе говоря, каждая частица окружена облаком *виртуальных частиц*. С точки зрения классической физики это невозможно, но в квантовой механике в соответствии с соотношением неопределенностей частица может испустить виртуальную на короткое время $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$, где ΔE – неопределенность в энергии, примерно равная энергии покоя виртуальной частицы mc^2 . Если считать скорость движения виртуальной частицы равной скорости света c , то радиус действия возникающих таким образом обменных сил должен быть порядка \hbar/mc , т.е. порядка комптоновской длины волны виртуальной частицы.

Время жизни виртуальных бозонов крайне мало (для бозона W $\tau \approx 3 \cdot 10^{-25}$ с). В отличие от реальных частиц их нельзя непосредственно заре-

гистрировать. Однако, сообщив им достаточную энергию, можно превратить виртуальные частицы из “призраков” в реальные частицы. Так реальные фотоны проявляются в виде электромагнитных волн – света.

В случае слабого взаимодействия масса виртуальных бозонов велика и переносимые ими силы являются *короткодействующими*. При нулевой массе виртуальные бозоны переносят *дальнодействующие* силы, поскольку движутся со скоростью света, что имеет место в случаях электромагнитного и гравитационного взаимодействий.

Исключением в этом смысле является сильное взаимодействие. Хотя глюоны являются безмассовыми частицами, сильные и ядерные силы короткодействующие. Кварки и глюоны не могут существовать в свободном виде, а представляют собой так называемую *кварк-глюонную плазму*.

С позиции КХД глюоны – комбинации цветовых зарядов “цвет + антицвет”, причём такие комбинации, которые не являются инвариантными относительно вращений в цветовом пространстве. Таких независимых комбинаций оказывается восемь, и выглядят они следующим образом:

$$k\text{-}az, k\text{-}ac, z\text{-}ak, z\text{-}ac, c\text{-}ak, c\text{-}az, (k\text{-}ak - z\text{-}az)/\sqrt{2}, (k\text{-}ak + z\text{-}az - 2c\text{-}ac)/\sqrt{6}$$

Например, синий кварк (*c*) может испустить синий-антизелёный глюон (*c-az*) и превратиться при этом в зелёный кварк (*z*).

Квантами поля ядерных сил являются π -мезоны. Обмениваясь виртуальными π -мезонами, нуклоны удерживаются в ядре. При этом нейтрон может превратиться в протон, а протон – в нейтрон.

Переносчики гравитационного взаимодействия, получившие название гравитоны, в настоящее время экспериментально не обнаружены.

В 1967 г. Ш. Глэшоу, С. Вайнберг и А. Салам создали модель электро-слабого взаимодействия, объединившую электромагнитное и слабое взаимодействия.

В новой теории электромагнитное поле и поле слабого взаимодействия представляются разными компонентами одного поля, с которым связаны четыре кванта – γ , W^+ , W^- и Z^0 . Взаимодействие заряженных частиц, которое, как считалось, происходит лишь путем обмена квантами электромагнитного поля – фотонами, на очень малых расстояниях между частицами ($< 10^{-17}$ м) изменяет свой характер. В игру вступает новый механизм – обмен тяжелым промежуточным нейтральным бозоном Z^0 , и на таких расстояниях следует учитывать оба типа взаимодействия – электромагнитное и слабое. Новая теория существенным образом отличается от старой тем, что в ней взаимодействуют не только заряженные частицы – взаимодействуют протон с нейтроном, два нейтрона, нейтрино рассеивается на нуклонах и т.п. Подчеркнем, что здесь речь идет о взаимодействии, не являющимся сильным.

§ 5.19 Законы сохранения в микромире.

Глубокий смысл законов сохранения состоит в том, что каждый из них связан с какой-либо симметрией законов природы. Это утверждение носит

название теоремы Эмми Нетер, которая гласит: “Каждому закону сохранения соответствует определенная симметрия в природе”. Как известно из классической механики, всеобщие законы сохранения энергии, импульса и момента импульса следуют из предположения об однородности и изотропности пространства-времени.

Таблица 5.10

Характеристика	Взаимодействия		
	Сильное	Электромагнитное	Слабое
Аддитивные законы сохранения			
Электрический заряд, Q	+	+	+
Энергия, E	+	+	+
Импульс, p	+	+	+
Момент импульса, L_p	+	+	+
Барионный заряд, B	+	+	+
Лептонные заряды, L_e, L_μ, L_τ	+	+	+
Странность, s	+	+	–
Очарование, c	+	+	–
Bottom, b	+	+	–
Top, t	+	+	–
Изоспин, I	+	–	–
Проекция изоспина, I_3	+	+	–
Мультипликативные законы сохранения			
Зарядовая четность, C	+	+	–
Пространственная четность, P	+	+	–
Временная четность, T	+	+	–
Комбинированная четность, CP	+	+	–
CPT -четность	+	+	+
G -четность	+	–	–

Ядерная физика, и особенно физика элементарных частиц, значительно обогатили наши представления о симметрии и ее связи с наблюдаемыми в микромире явлениями. Рассмотрим симметрии природы, связанные с возможностью замены правого на левое, частицы на античастицу и обращения времени. Оказывается, что все три операции – зарядового сопряжения C (замены частиц античастицами), пространственной инверсии P (замены координат r на $-\hat{r}$) и обращения времени T (замены времени t на $-t$), взятые вместе, не являются совсем независимыми. Произведенные последовательно друг за другом, преобразования C , P и T обязаны не менять никаких следствий теории, т.е. природа должна быть инвариантна относительно одновременного проведения всех трех операций симметрии. Это утверждение носит название CPT -теоремы. Из CPT -теоремы, в частности, следует, что массы и времена жизни частицы и античастицы равны, магнитные моменты различаются

только знаком, взаимодействие частицы и античастицы с гравитационным полем одинаково (нет “антигравитации”).

В то же время в слабых взаимодействиях нарушаются как P - и C -инвариантности, так и CP -инвариантность (комбинированная инверсия), т.е. фундаментальные взаимодействия различаются по собственным им законам сохранения, приведенным в табл. 5.10.

В таблице приведены величины, сохраняющиеся в различных взаимодействиях. Знак “+” (“–”) показывает, что данная величина сохраняется (не сохраняется). В *аддитивных* законах сохраняется сумма величин, в *мультипликативных* законах – произведение величин.

Роль законов сохранения зарядов сводится к запрещению процессов с изменением хотя бы одного из суммарных квантовых чисел. Рассмотренные законы сохранения дают возможность разобраться в классификации частиц и в установлении разрешенных и запрещенных реакций и распадов.

Список рекомендуемой литературы

- 1 Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: Высшая школа, 2002
- 2 Трофимова Т.И. Курс физики.- М.: Академия, 2004
- 3 Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 т. Т. IV. Оптика.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006
- 4 Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 т. Т. V. Атомная и ядерная физика.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008
- 5 Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики.- М.: Наука, 1976
- 6 Савельев И.В. Курс общей физики. В 3 т. Т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц.- М.: Наука, 1987.