Кульков В.Г., Бебяков А.Н.,
Жихарева М.Г., Мельников В.П.,
Кулешина С.В.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Филиал государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Московский энергетический институт
(технический университет)»
в г. Волжском

Кафедра Механики и материаловедения

Кульков В.Г., Бебяков А.Н.,
Жихарева М.Г., Мельников В.П.,
Кулешина С.В.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие по выполнению семестровой работы

ВОЛЖСКИЙ 2005

ББК 22.33
УДК 537.8

Рецензенты:
Талызов Г.Н., канд. техн. наук, доцент, зав. кафедрой «Прикладная физика» Волжского политехнического института;
Дорогов Ю.И., канд. техн. наук, доцент кафедры ВМ филиала ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском

Кульков В.Г., Бебяков А.Н., Жихарева М.Г., Мельников В.П., Кулешина С.В.
Электричество и магнетизм. Учебное пособие по выполнению семестровой работы. – Волжский: Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском, 2005. – 56 стр.

Ил.: 23 шт.
Библиограф.: 3.

ISBN 5-94721-029-0

Приводятся основные сведения и примеры решения задач, относящиеся к таким разделам электродинамики, как электростатика, электрическое поле в вакууме и диэлектриках, постоянный электрический ток, электрическое и магнитное поле в веществе, электромагнитные колебания и волны. Указанный материал составляет содержание программы второго семестра трехсеместрового курса физики технического ВУЗа.

Пособие предназначено для подготовки к выполнению семестровой работы студентами дневной и вечерней форм обучения.

Печатается по решению Учебно-методического совета филиала ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском.

ББК 22.33
УДК 537.8

ISBN 5-94721-029-0

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Мир, в котором мы живем, необычайно огромен и разнообразен. Он состоит из колоссального количества различных материальных объектов – от галактик и звёзд до элементарных частиц. Взаимодействие между ними приводит к настолько сложному и запутанному характеру их поведения, что, казалось бы, невозможно найти и следа каких-либо закономерностей. Однако оказывается возможным среди этого хаоса выделить наиболее общие связи, присущие всем телам, их взаимодействиям. Одной из важнейших естественных наук, изучающей такие связи и их количественные характеристики, является физика. Она определяет такие понятия, как пространство, время, материя и другие. Являясь наиболее общей наукой о природе, она служит основой для многих других. Открытие и изучение новых физических процессов позволяет глубже понять сущность проходящих в природе явлений, еще на шаг приблизиться к разгадке её тайн. Успехи в этом направлении приводят к созданию новых технологий в промышленности, совершенствованию уже существующих, непосредственно влияет на темпы научно-технического прогресса.

Одним из важнейших понятий, которым мы будем пользоваться далее, является физическая система. Она представляется в виде совокупности некоторых физических объектов, отделенных от всех других по каким-либо признакам. Иногда бывает так, что физической системой является всего лишь один такой объект. Например, системой можно считать некоторое количество газа, находящегося в баллоне, пружину с закрепленным на ее конце грузом, заряженную частицу, движущуюся во внешнем магнитном поле и т.д.

Для количественной характеристики физических объектов и процессов, в которых они участвуют, вводятся различные физические величины, позволяющие описать состояние и эволюцию системы. К ним относят массу, скорость движения, напряженность поля, величину заряда, температуру и многие другие. Совокупность физической системы и частично определенных параметров или величин составляет предмет исследования физической науки.

Система может находиться в статическом состоянии. При этом считается, что характеризующие его физические величины не изменяются. Иная ситуация соответствует изменяющимся во времени величинам. Такое состояние материи отвечает философской категория движения. Процесс изменения состояния физической системы называется физическим явлением. Обычно явление включает многие процессы, происходящие одновременно на микро- и макроуровнях. Это, например, испарение жидкости, намагничивание магнетиков, дифракция и интерференция света, механические деформации тел, сопровождающиеся выделением тепла, диффузионный массоперенос. Порой явления могут быть весьма сложными. Исследование таких физических явлений может привести либо к представлению их в виде совокупности более простых, либо к установлению новых, ранее неизвестных закономерностей.

Изучать различные явления можно, используя необходимые устойчивые связи между определенными физическими величинами. В этом состоит определение физического закона. Например, закон Кулона выражает связь между величинами двух точечных зарядов с силой их взаимодействия; закон Гука связывает относительную деформацию тела с механическим напряжением, действующим на него; закон преломления связывает направления падающего и преломленного светового луча с характеристикой среды – показателем преломления.

Применение физических законов требует соблюдения определенной осторожности, поскольку каждый из них справедлив лишь в определенных условиях, при несоблюдении которых он может оказаться слишком неточным или даже ошибочным. Скажем, законы классической механики с высокой точностью описывают поведение макроскопических тел, состоящих из большого количества микрочастиц. При переходе к описанию движения отдельных молекул или атомов возникают определенные затруднения, в результате чего описание становится менее точным. И уж совсем нельзя их применять для описания квантовых объектов, таких, как электроны. Рассмотрение движения классических объектов со скоростями, сравнимыми со скоростью света, требует использования законов релятивистской теории. Поэтому, применяя определенный физический закон, всякий раз необходимо проверять условия задачи и следить за тем, чтобы они соответствовали ему. Поведение любой реальной системы физических объектов является очень сложным, поскольку факторов, влияющих на нее, довольно много, среди которых некоторые играют определяющую роль. Естественно, что невозможно учесть все факторы, так как одни из них слишком слабые, другие имеют случайный, хаотический характер. В связи с этим важно уметь отбрасывать их и оставлять для учета только наиболее значимые и существенные по величине. В результате, реальная физическая система с невообразимой сложностью ее поведения заменяется идеализированной, в определенном смысле абстрагированной ее моделью. Получив сведения о поведении такой модели, можно в дальнейшем, по мере необходимости, уточнять результаты, учитывая менее существенные факторы, действующие внутри системы или вне ее. Таким образом, любая четко сформулированная физическая задача является идеализацией реальности. В физике принято пользоваться идеальными моделями объектов и процессов. Такими являются, например, материальная точка, идеальный газ, изотермический процесс и т.д. Необходимо уметь выделять главные стороны любого явления.

Изучение физической науки следует рассматривать как процесс, состоящий из трех этапов. Первый заключается в изучении теоретических сведений, в понимании и запоминании формул, знании способов их получения, уяснении основных физических законов. Второй этап предусматривает умение использовать полученные знания при решении конкретных задач. Хорошо известна ситуация, когда человек, казалось бы, хорошо знающий теорию, совсем не может решать задачи, то есть применять ее на практике. Решение конкретных физических задач является необходимой практической основой при изучении курса физики. Оно способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе, учит анализировать изучаемые явления, выделять главные факторы, обусловливающие то или иное явление, отвлекаясь от случайных и несущественных деталей. Благодаря этому, решение задач приближается к моделям научного физического исследования. Никакое количество материала, сколь большим бы оно ни было, не заменит настойчивых усилий, прилагаемых для решения физических задач, и тех навыков, которые с этим приходят. Третьим этапом можно считать умение проводить физический эксперимент и получать из него необходимые сведения. Эта цель достигается при выполнении лабораторных работ.

Физические задачи могут быть экспериментальными или теоретическими. Последние, в свою очередь, можно разделить на две категории: непоставленные и поставленные. *Непоставленными* называются задачи, в которых не обеспечена совокупность необходимых исходных данных, за исключением табличных величин, или же не проведена их идеализация. В противном случае говорят о *поставленных* задачах, которые можно еще разделять и по роду рассматриваемых явлений.

Среди поставленных задач можно выделить четыре основных класса:

1. *Элементарные задачи.* Сюда входят те задачи, для решения которых требуется использование одного физического закона.
2. *Стандартные задачи.* Они требуют использования нескольких обычных, часто используемых приемов решения и физических законов.
3. *Нестандартные задачи.* В этом случае, кроме обычных законов и методов, решение требует применения дополнительных нестандартных приемов, которые могут быть основаны, например, на свойствах симметрии или некоторых других отличительных свойствах системы.
4. *Оригинальные задачи.* Это задачи с определяющей ролью особых приемов решения, значительной степенью интуиции. Для решения таких задач нужны определенные навыки, достаточно широкий физический кругозор, умение проводить аналогии между явлениями из разных разделов физики и математики. Бывает так, что стандартная или нестандартная задача может иметь оригинальное решение.

Для того чтобы научиться быстро и хорошо решать задачи, необходимо, прежде всего, владеть определенным объемом теоретического материала. С этой целью студент должен изучить соответствующие разделы конспектов лекций и учебника. Не следует ограничиваться использованием одного лишь лекционного материала. Наибольший объем знаний можно получить, работая с учебниками, которых в настоящее время имеется достаточно много, и написаны они на разном уровне. Лекция же выполняет лишь направляющую и разъясняющую главные моменты функцию. Она указывает направление в отборе материала для изучения.

Вторым фактором успешного решения задач является умение пользоваться соответствующими методиками. Недооценка его ведет к тому, что решение, происходящее на интуитивном уровне, не всегда является оптимальным. Отсюда и неизбежные недостатки: неполнота решения, большие затраты времени, частые затруднения, невозможность классификации задач, физических явлений, связанных с ними, невозможность прослеживания связей с другими задачами, отсутствие физических и математических аналогий. Все это указывает на необходимость владения общими методами решения задач.

Основными этапами решения любой физической задачи являются следующие: физический, математический и анализ решения.

Сущность физического этапа заключается в том, чтобы, используя условие задачи, определить, что и как нужно сделать, чтобы найти путь ее решения.

Данный этап может включать в себя следующие действия:

1. Ознакомление с условием задачи.
2. Осмысление известных и искомых величин.
3. Изображение рисунка со всеми необходимыми обозначениями.
4. Определение качественной характеристики задачи. Установление ее сходства и отличия от других, сущности рода явлений, к которому она относится.
5. Выбор физической системы.
6. Определение качественных характеристик системы. Пренебрежение несущественными деталями, идеализация физической системы.
7. Идеализация физических процессов.
8. Выбор способа описания процесса, например, выбор системы координат, использование симметрии, проведение аналогии с другими уже решеными задачами.
9. Установление количественных соотношений между физическими величинами. Использование необходимых физических законов, выбор системы единиц измерения.
10. Запись замкнутой системы уравнений.

Большое значение на этом этапе имеют наблюдательность, умение абстрагироваться, навыки, приобретенные ранее в процессе решения других задач.

Итак, физический этап завершен, написаны все необходимые соотношения. Теперь необходимо, используя их, получить численный результат. Такую цель преследует математический этап решения физической задачи, который включает в себя следующие действия:

1. Выражение искомых величин через известные в общем виде. Здесь решающее значение приобретают математические методы и операции, такие, как решение системы линейных уравнений, решение дифференциальных уравнений, использование аппарата векторного анализа, дифференцирование и интегрирование функций, разложение в ряды, применение методов теории функций комплексного переменного и т.д.
2. Подстановка в формулы известных значений и получение численного результата. В зависимости от требуемой точности и имеющегося технического оснащения здесь могут использоваться математические таблицы, счетная линейка, калькулятор, электронно-вычислительные машины.

Последним этапом является анализ решения, который призван оценить удовлетворительность полученного результата. На этом этапе обычно осуществляются следующие действия:

1. Проверка размерности физической величины. Она должна совпадать с общепринятой в соответствующей системе единиц. Анализ размерности позволяет обнаружить грубые ошибки в решении. Например, недопустимо появление размерных величин в качестве аргументов таких функций, как логарифм, экспонента, тригонометрические функции и др. Недопустимы также операции сложения и вычитания величин, имеющих разные размерности.
2. Устранение математических результатов, являющихся абстракцией с точки зрения физики. К этой категории относятся бесконечно большие и малые

величины, ступенчатые функции (типа функции Хевисайда), сингулярные функции (типа δ-функции Дирака).

3. Выбор одного, физически возможного, результата из нескольких математически дозволенных. Например, если при нахождении объема газа из решения квадратного уравнения получаются две величины, одна из которых положительная, а другая отрицательная, то вторую следует отбросить, как не имеющую физического смысла.
4. Оценка физической реальности результата. Например, следует признать нереальными такие результаты, когда скорость пули составляет несколько сантиметров в секунду, скорость частицы превышает скорость света, работа электрического тока в цепи батарейки равна нескольким мегаджоулям и др.

Каждый этап не обязательно должен включать все перечисленные действия. Их необходимость в значительной мере определяется спецификой и сложностью решаемой задачи.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СЕМЕСТРОВОГО ЗАДАНИЯ

1. Семестровое задание оформляется на листах белой бумаги стандартного формата 210×297 мм без выполнения рамки. Писать следует с одной стороны листа, оставляя слева поле шириной 25-30 мм, снизу – 20 мм, правое поле – 15 мм, сверху – 20 мм.
2. На титульном листе пишется: полное название института, кафедры, наименование работы (Семестровое задание по физике. Вариант №), Ф. И. О. студента, группа и преподаватель, дата выполнения (число, месяц, год).
3. Задачи оформляются последовательно, при этом номер решаемой задачи должен совпадать с её номером в пособии. Переписывается полностью условие задачи, затем краткое условие с переводом всех значений единиц в систему СИ, при необходимости приводится рисунок.
4. Решение задачи должно содержать пояснение и ответ.

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Основные формулы и определения

• Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2},$$

где F – сила взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2 в вакууме; r – расстояние между зарядами; ε_0 – электрическая постоянная, равная $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

• Напряженность и потенциал электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}, \quad \varphi = \frac{\Pi}{Q_0} \quad \text{или} \quad \varphi = \frac{A_\infty}{Q_0},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд Q_0, помещенный в данную точку поля; Π – потенциальная энергия заряда Q_0; A_∞ – работа перемещения заряда Q_0 из данной точки поля за его пределы.

• Напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда Q на расстоянии r от заряда:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

• Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\vec{E}$, φ_i – соответственно напряженность и потенциал поля, создаваемого зарядом Q_i.

• Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

$$\vec{E} = -grad\varphi \quad \text{или} \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

• В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

• Электрический момент диполя (дипольный момент)

$$\vec{p} = |Q|\vec{l},$$

где $\vec{l}$ – плечо диполя.

• Линейная, поверхностная и объемная плотности зарядов

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \quad \rho = \frac{dQ}{dV},$$

то есть соответственно заряд, приходящийся на единицу длины, поверхности и объема.

• Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV,$$

где ε_0 – электрическая постоянная; $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S; n – число зарядов; ρ –объемная плотность зарядов.

• Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

• Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

• Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R с общим зарядом Q на расстоянии r от центра сферы,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2} \quad \text{при} \quad r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

• Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиусом R с общим зарядом Q на расстоянии r от центра шара,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2} \quad \text{при} \quad r \geq R \text{ (вне шара).}$$

• Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \int_L E_l dl = 0,$$

где E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$. Интегрирование производится по любому замкнутому пути L.

• Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2,

$$A_{12} = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{или} \quad A_{12} = Q_0\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = Q_0\int_1^2 E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

• Поляризованность

$$\vec{P} = \sum_i \frac{\vec{p}_i}{V},$$

где V – объем диэлектрика; $\vec{p}_i$ – дипольный момент i-й молекулы.

• Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества.

• Связь относительной диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью χ

$$\varepsilon = 1 + \chi .$$

• Связь между напряженностью E поля в диэлектрике и напряженностью E_0 внешнего поля

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad E = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

• Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}.$$

• Связь между $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{P}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

• Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ – алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности S свободных электрических зарядов; D_n – составляющая вектора $\vec{D}$ по направлению нормали $\vec{n}$ к площадке $d\vec{S}$; $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке. Интегрирование ведется по всей поверхности.

• Напряженность электростатического поля у поверхности проводника

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где σ – поверхностная плотность зарядов.

• Электроемкость уединенного проводника

$$C = \frac{Q}{\varphi},$$

где Q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

• Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

• Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)},$$

где l – длина обкладок конденсатора; r_1 и r_2 – радиусы полых коаксиальных цилиндров.

• Емкость сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_1 и r_2 – радиусы концентрических сфер.

• Емкость системы конденсаторов при последовательном и параллельном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \quad \text{и} \quad C = \sum_{i=1}^{n} C_i,$$

где C_i – емкость i-го конденсатора; n – число конденсаторов.

• Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

• Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_i, всеми зарядами, кроме i-го.

• Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где Q – заряд конденсатора; C – его емкость; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками.

• Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$|F| = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2 S}{2}.$$

• Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

где S – площадь одной пластины; U – разность потенциалов между пластинами; $V = Sd$ – объем конденсатора.

• Объемная плотность энергии

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2},$$

где D – электрическое смещение.

1.2. Примеры решения задач

Задача 1.2.1

В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые положительные заряды $Q = 2$ нКл. Какой отрицательный заряд Q_1 необходимо поместить в центр треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы отталкивания положительных зарядов?

Дано:

$Q = 2$ нКл $= 2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Определить: Q_1.

Решение.

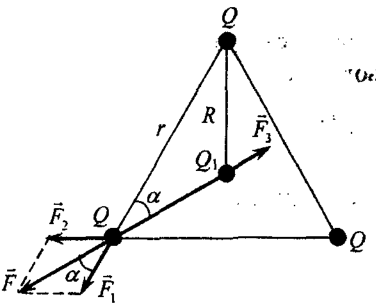

Рисунок 1.2.1

Заряды, помещенные в вершинах треугольника, создают силы отталкивания, направленные в разные стороны. Сила отталкивания от одного заряда Q и сила отталкивания соответственно от другого заряда Q равны (см. рисунок)

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^2}.$$

Согласно принципу суперпозиции суммарная сила $\vec{F}$, действующая на каждый отдельный положительный заряд, равна геометрической сумме сил, действующих со стороны каждого заряда Q

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Угол α между векторами $\vec{F}$ и $\vec{F}_1$ равен 30°.

Для того чтобы уравновесить силы отталкивания положительных зарядов, помещенных в вершины треугольника, в центр этого треугольника помещается отрицательный заряд Q_1.

Силы взаимодействия между отрицательным зарядом и каждым из положительных зарядов должны быть равны

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}, \text{ то есть } F_3 = \frac{QQ_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

где R – расстояние между центром и вершиной треугольника.

Из равностороннего треугольника получим отношение

$$\frac{r}{2R} = \cos\alpha,$$

где r – сторона треугольника.

Сила отталкивания F каждого положительного заряда равна

$$F = 2F_1 \cos\alpha = \frac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos\alpha. \qquad (1)$$

Сила взаимодействия между отрицательным зарядом и каждым из положительных зарядов равна

$$F_3 = \frac{QQ_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{QQ_1}{\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\cos^2\alpha. \qquad (2)$$

С учетом того, что $\vec{F}_3 = -\vec{F}$, решая совместно уравнения (1) и (2), получим

$$Q_1 = \frac{Q}{2\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Подставляя численные значения в уравнение (3), получим

$$Q_1 = \frac{2}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1{,}15 \text{ нКл}.$$

Ответ: $Q_1 = 1{,}15$ нКл.

Задача 1.2.2

Расстояние l между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = -3$ нКл, расположенных в вакууме, равно 20 см. Определить: 1) напряженность E; 2) потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1 = 15$ см и от второго заряда на $r_2 = 10$ см.

Дано:
$l = 20$ см $= 0{,}2$ м;
$Q_1 = 2$ нКл $= 2\cdot10^{-9}$ Кл, $Q_2 = -3$ нКл $= -3\cdot10^{-9}$ Кл,
$r_1 = 15$ см $= 0{,}15$ м; $r_2 = 10$ см $= 0{,}1$ м.

Определить: 1) E; 2) φ.

Решение.

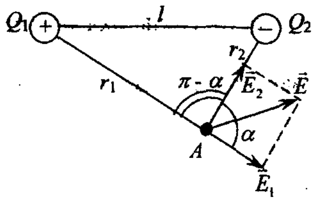

Рисунок 1.2.2

Согласно принципу суперпозиции,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

(направления векторов показаны на рисунке). Напряженности электрического поля, создаваемые в вакууме зарядами Q_1 и Q_2, соответственно равны

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}, \qquad E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \qquad (1)$$

Модуль вектора $\vec{E}$ находится по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \qquad (2)$$

где

$$\cos\alpha = \frac{l^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}. \qquad (3)$$

Подставив в (3) известные значения величин, получим

$$\cos\alpha = \frac{0,2^2 - 0,15^2 - 0,1^2}{2\cdot 0,15\cdot 0,1} = 0,25.$$

Подставив (1) и (3) в формулу (2), найдем искомую напряженность в точке А:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{2|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha + \frac{Q_2^2}{r_2^4}},$$

$$E = \frac{1}{4\pi 8,85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{\left(2\cdot 10^{-9}\right)^2}{0,15^4} + \frac{2\cdot 2\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}}{0,15^2\cdot 0,1^2}\cdot 0,25 + \frac{\left(3\cdot 10^{-9}\right)^2}{0,1^4}} = 3\cdot 10^3 \text{ В/м} = 3 \text{ кВ/м}.$$

Согласно принципу суперпозиции, потенциал результирующего поля

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где $\varphi_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$ и $\varphi_2 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$ – соответственно потенциалы полей, создаваемых зарядами Q_1 и Q_2.

Подставив, найдем

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\cdot 8,85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{0,15} + \frac{-3\cdot 10^{-9}}{0,1}\right) = -150 \text{ В}.$$

Ответ: 1) $E = 3$ кВ/м; 2) $\varphi = -150$ В.

Задача 1.2.3

К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов 1,5 кВ. Площадь пластин 150 см^2 и расстояние между ними 5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли стекло ($\varepsilon_2 = 7$). Определить: 1) разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика; 2) емкость конденсатора до и после внесения диэлектрика; 3) поверхностную плотность заряда на пластинах до и после внесения диэлектрика.

Дано:
$U_1 = 1{,}5$ кВ $= 1{,}5\cdot 10^3$ В;
$S = 150$ см$^2 = 1{,}5\cdot 10^{-2}$ м^2;
$\varepsilon_1 = 1$; $\varepsilon_2 = 7$;
$d = 5$ мм $= 5\cdot 10^{-3}$ м.

Определить: 1) U_2; 2) C_1, C_2; 3) σ_1, σ_2.

Решение.

Так как $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \dfrac{U}{d}$, то до внесения диэлектрика $\sigma d = U_1 \varepsilon_0 \varepsilon_1$ и после внесения диэлектрика $\sigma d = U_2 \varepsilon_0 \varepsilon_2$, поэтому

$$U_2 = \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2} = \frac{1\cdot 1{,}5\cdot 10^3}{7} = 214 \text{ В}.$$

Емкость конденсатора до и после внесения диэлектрика

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d} = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 1{,}5\cdot 10^{-2}}{5\cdot 10^{-3}} = 26{,}5\cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 26{,}5 \text{ пФ}$$

$$\text{и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d} = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 7\cdot 1{,}5\cdot 10^{-2}}{5\cdot 10^{-3}} = 186\cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 186 \text{ пФ}.$$

Заряд пластин после отключения от источника напряжения не меняется, то есть $Q = \text{const}$. Поэтому поверхностная плотность заряда на пластинах до и после внесения диэлектрика

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q}{S} = \frac{C_1 U_1}{S} = \frac{C_2 U_2}{S} = \frac{26{,}5\cdot 10^{-12}\cdot 1{,}5\cdot 10^3}{1{,}5\cdot 10^{-2}} = 2{,}65\cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 = 2{,}65 \text{ мкКл/м}^2.$$

Ответ: 1) $U_2 = 214$ В; 2) $C_1 = 26{,}5$ пФ, $C_2 = 186$ пФ; 3) $\sigma_1 = \sigma_2 = 2{,}65$ мкКл/м^2.

Задача 1.2.4

Одинаковые заряды $Q = 100$ нКл расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Определить потенциальную энергию этой системы.

Дано:
$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q = 100$ нКл $= 10^{-7}$ Кл,
$a = 10$ см $= 0{,}1$ м.

Определить: W_n.

Решение.

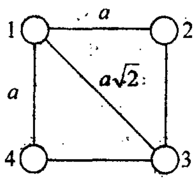

Рисунок 1.2.3

Все заряды находятся на одинаковых расстояниях друг от друга. Поэтому их потенциалы будут равны

$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi$.

Потенциальная энергия системы зарядов W_n определяется по формуле:

$$W_n = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} Q_i\varphi_i = \frac{1}{2}\cdot 4Q\varphi = 2Q\varphi.$$

Определим потенциал φ на примере точки 1.

$$\varphi = \varphi_{1-2} + \varphi_{1-4} + \varphi_{1-3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\left(4+\sqrt{2}\right)Q}{8\pi\varepsilon_0 a},$$

где $\varphi_{1\text{-}2}$, $\varphi_{1\text{-}4}$, $\varphi_{1\text{-}3}$ – потенциалы, создаваемые в точке 1 со стороны зарядов, находящихся в точках 2, 3, 4.

Определяем потенциальную энергию системы

$$W_n = 2Q\varphi = \frac{\left(4+\sqrt{2}\right)Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\left(4+\sqrt{2}\right)10^{-14}}{4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 0{,}1} = 4{,}87\cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 4{,}87\ \text{мДж}.$$

Ответ: $W_n = 4{,}87$ мДж.

Задача 1.2.5

Бесконечно большая пластина из однородного диэлектрика с проницаемостью ε заряжена равномерно сторонним зарядом с объемной плотностью $\rho > 0$. Толщина пластины $2a$. Найти: 1) модуль вектора E и потенциал φ, как функцию от расстояния l от середины пластины (потенциал в середине пластины положить равным нулю); взяв координатную ось X перпендикулярно пластине, изобразить примерные графики зависимостей проекций $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$; 2) поверхностную и объемную плотности связанного заряда.

Дано: ε, ρ, a.

Определить: 1) $E_x(x)$, 2) $\varphi(x)$.

Решение.

1. Из соображений симметрии ясно, что в середине пластины $E = 0$, а во всех остальных точках вектор $\vec{E}$ перпендикулярен поверхности пластины. Для определения $\vec{E}$ воспользуемся теоремой Гаусса для вектора $\vec{D}$ (так как нам известно только распределение сторонних зарядов). Возьмем в качестве замкнутой поверхности прямой цилиндр высотой x, один торец которого совпадает со средней плоскостью пластины. Пусть площадь сечения этого цилиндра равна S, тогда

$$DS = \rho S x, \quad D = \rho x, \quad E_x(x) = \frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}, (x \le a),$$

$$DS = \rho S a, \quad D = \rho a, \quad E_x(x) = \frac{\rho a}{\varepsilon_0}, (x \ge a).$$

Для расчета потенциала положим, что потенциал поля равен нулю в середине пластины $x = 0$, то есть для любой точки поля $\varphi\ (x) = \int_x^0 E_x dx$. Применим это соотношение для каждой области поля:

$$\varphi(x) = \int_x^0 \frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0} dx = -\frac{\rho x^2}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad (x \le a),$$

$$\varphi(x) = \int_x^0 \frac{\rho a}{\varepsilon_0} dx = -\frac{\rho a x}{\varepsilon_0}, \quad (|x| \ge a).$$

Графики функций $E_x(x)$ и $\varphi\ (x)$ показаны на рисунке 1.2.4. Полезно убедиться, что график $E_x(x)$ соответствует производной $-\frac{\partial\varphi}{\partial x}$.

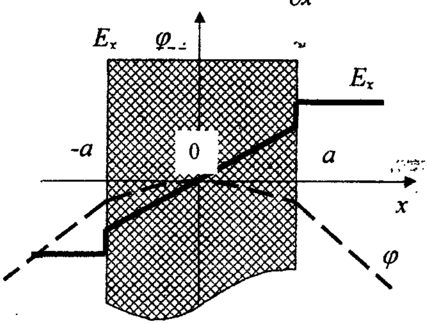

Рисунок 1.2.4

2. Поверхностная плотность связанного заряда равна проекции вектора поляризованности на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика

$$\sigma' = P_n = \chi\varepsilon_0 E_n = (\varepsilon - 1)\rho a / \varepsilon = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho a > 0.$$

Этот результат справедлив для обеих поверхностей пластины.

Таким образом, если сторонний заряд $\rho > 0$, то на обе стороны пластины поляризуются положительно.

Для определения объемной плотности связанного заряда воспользуемся уравнением $\nabla \cdot \vec{P} = -\rho'$, которое в нашем случае имеет вид:

$$\rho' = -\frac{\partial P_x}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho x\right) = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho .$$

Отсюда видно, что связанный заряд распределен по объему равномерно и имеет знак, противоположный стороннему заряду.

Ответ: 1) $DS = \rho S x, \quad D = \rho x, \quad E_x(x) = \frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}, (x \le a),$

$$DS = \rho S a, \quad D = \rho a, \quad E_x(x) = \frac{\rho a}{\varepsilon_0}, (x \ge a),$$

$$\varphi(x) = \int_x^0 \frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}dx = -\frac{\rho x^2}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad (x \le a),$$

$$\varphi(x) = \int_x^0 \frac{\rho a}{\varepsilon_0}dx = -\frac{\rho a x}{\varepsilon_0}, \quad (|x| \ge a);$$

2) $\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho a, \ \rho' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\rho .$

2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

2.1. Основные формулы и определения

• Сила и плотность электрического тока

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad j = \frac{I}{S},$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

• Плотность тока в проводнике

$$j = ne\langle v \rangle,$$

где $\langle v \rangle$ – скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике; n – концентрация зарядов.

• Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\mathscr{E} = \frac{A}{Q_0} \quad \text{или} \quad \mathscr{E} = \oint E_{cm} dl,$$

где Q_0 – единичный положительный заряд; A – работа сторонних сил; E_{cm} – напряженность поля сторонних сил.

• Сопротивление R однородного линейного проводника, проводимость G проводника и удельная электрическая проводимость γ вещества проводника

$$R = \frac{\rho l}{S}, \quad G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление; S – площадь поперечного сечения проводника; l – его длина.

• Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении

$$R=\sum_{i=1}^{n}R_i \quad \text{и} \quad \frac{1}{R}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i-го проводника; n – число проводников.

• Зависимость удельного сопротивления ρ от температуры

$$\rho=\rho_0\left(1+\alpha\cdot t\right),$$

где α – температурный коэффициент сопротивления.

• Закон Ома:

для однородного участка цепи

$$I=\frac{U}{R};$$

для неоднородного участка цепи

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\mathscr{E}_{12}}{R};$$

для замкнутой цепи

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R},$$

где U – напряжение на участке цепи; R – сопротивление цепи (участка цепи); $(\varphi_1-\varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи; $\mathscr{E}_{12}$ – э.д.с. источников тока, входящих в участок; $\mathscr{E}$ – э.д.с. всех источников тока цепи.

• Закон Ома в дифференциальной форме

$$j=\gamma E,$$

где E – напряженность электростатического поля.

• Работа тока за время t

$$A=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t.$$

• Мощность тока

$$P=UI=I^2R=\frac{U^2}{R}.$$

• Закон Джоуля – Ленца

$$Q=I^2Rt=IUt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за время t.

• Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$w=jE=\gamma E^2,$$

где w – удельная тепловая мощность тока.

• Правила Кирхгофа

$$\sum_k I_k=0; \quad \sum_i I_iR_i=\sum_k \mathscr{E}_k.$$

2.2. Примеры решения задач

Задача 2.2.1

Длинный проводник круглого сечения площадью S сделан из материала, удельное сопротивление которого зависит только от расстояния r до оси проводника как $\rho = \alpha/r^2$, где α – постоянная. По проводнику течет ток I. Найти: 1) напряженность поля E в проводнике; 2) сопротивление единицы длины проводника.

Дано: S, $\rho = \alpha/r^2$, I.

Определить: 1) E; 2) $R_{ед}$.

Решение.

1. Напряженность E поля по закону Ома связана с плотностью тока j, а j – с током I, поэтому можно записать

$$I = \int_0^R j 2\pi r dr = \int_0^R \frac{E}{\rho} 2\pi r dr,$$

где R – радиус проводника.

Напряженность поля E одинакова во всех точках сечения данного проводника, то есть не зависит от r. В этом легко убедиться, взяв прямоугольный контур внутри проводника так, чтобы одна сторона контура совпадала, например, с осью проводника, и затем применив к этому контуру теорему о циркуляции вектора E.

Таким образом, E можно вынести из-под интеграла и мы получим в результате интегрирования $E = 2\pi\alpha I / S^2$.

2. Сопротивление единицы длины проводника можно определить по закону Ома для однородного участка цепи $R = U/I$. Поделив обе части этого равенства на ℓ участка проводника, к которому относятся R и U, найдем $R_{ед} = E/I = 2\pi\alpha / S^2$.

Ответ: $R_{ед} = E/I = 2\pi\alpha / S^2$.

Задача 2.2.2

В боковые стороны и диагонали схемы мостика Уитстона (рисунок 2.2.1) включены источники с произвольными электродвижущими силами. Сопротивление этих сторон и диагоналей, включая внутреннее сопротивление источников, равны соответственно R_1, R_2,…R_6. При каком условии замыкание и размыкание ключа в диагонали 6 не влияет на показания гальванометра, включенного в диагональ 5?

Дано: R_1, R_2,…R_6

Решение.

Допустим, что в начале ключ К был замкнут. Тогда

$$I_1 + I_3 + I_5 = 0, \quad I_2 + I_4 + I_5 = 0,$$

$$I_1R_1 + I_2R_2 - I_5R_5 = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_5,$$

$$I_3R_3 + I_4R_4 - I_5R_5 = \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_4 - \mathscr{E}_5.$$

Если разомкнуть ключ К, то I_6 обратится в ноль, что приведет к изменению остальных токов. Однако ток I_5 по условию задачи должен остаться неизменным.

Обозначая новые значения токов штрихами, придем к прежней системе уравнений, в которой все “штрихованные” токи заменены “нештрихованными”, причем $I_5' = I_5$. Сравнивая эти две системы, получаем

$$I_1 + I_3 = I_1' + I_3';$$

$$I_2 + I_4 = I_2' + I_4';$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = I_1' R_1 + I_2' R_2;$$

$$I_3 R_3 + I_4 R_4 = I_3' R_3 + I_4' R_4.$$

Переписав эту систему в виде

$$R_1(I_1 - I_1') = R_2(I_2' - I_2);$$

$$R_3(I_3 - I_3') = R_4(I_4' - I_4);$$

$$I_1 - I_1' = I_3' - I_3;$$

$$I_2 - I_2' = I_4' - I_4,$$

почленным делением первых двух уравнений находим искомое условие: $R_1/R_3 = R_2/R_4$.

Ответ: $R_1/R_3 = R_2/R_4$.

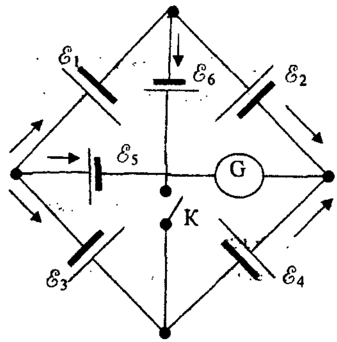

Рисунок 2.2.1

3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

3.1. Основные формулы и определения

• Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right],$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция; $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь контура с током; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности контура.

• Связь магнитной индукции $\vec{B}$ и напряженности $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

• Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины $d\vec{l}$ проводника с током I; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от $d\vec{l}$ к точке, в которой определяется магнитная индукция.

• Модуль вектора $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

• Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i,$$

где $\vec{B}$ – магнитная индукция результирующего поля; $\vec{B}_i$ – магнитные индукции складываемых полей.

• Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R},$$

где R – расстояние от оси до проводника.

• Магнитная индукция в центре кругового проводника с током

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

• Закон Ампера

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right],$$

где $d\vec{F}$ – сила, действующая на элемент длины $d\vec{l}$ проводника с током I, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

• Модуль силы Ампера

$$dF = IBdl \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

• Магнитное поле точечного заряда Q, свободно движущегося с нерелятивистской скоростью v

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Q\left[\vec{v}, \vec{r}\right]}{r^3},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения.

• Модуль магнитной индукции этого заряда

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Qv}{r^2} \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{r}$.

• Сила Лоренца

$$\vec{F} = Q\left[\vec{v}, \vec{B}\right],$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на заряд Q, движущийся в магнитном поле со скоростью $\vec{v}$.

• Формула Лоренца

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\left[\vec{v}, \vec{B}\right],$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на движущийся заряд Q, если на него действует электрическое поле напряженностью $\vec{E}$ и магнитное поле индукцией $\vec{B}$.

• Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = R\frac{IB}{d},$$

где B – магнитная индукция; I – сила тока; d – толщина пластинки; $R = \frac{1}{en}$ – постоянная Холла (n – концентрация электронов).

• Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$)

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ – составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной контура L произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода); α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$; $\sum_{k=1}^{n} I_k$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

• Магнитная индукция поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего N витков,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l},$$

где l – длина соленоида.

• Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

• Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку dS

$$d\Phi_B = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке; B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке.

• Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

• Потокосцепление (полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида)

$$\Phi' = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость среды.

• Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

• Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi',$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

• Закон Фарадея

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\mathscr{E}_i$ – э.д.с. индукции.

• Э.д.с. индукции, возникающая в рамке площадью S при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B,

$$\mathscr{E}_i = BS\omega \sin \omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки.

• Магнитный поток, создаваемый током I в контуре с индуктивностью L,

$$\Phi = LI.$$

• Э.д.с. самоиндукции

$$\mathscr{E}_s = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

• Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где N – число витков соленоида; l – его длина.

• Э.д.с. взаимной индукции (э.д.с., индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре)

$$\mathscr{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где L_{12} – взаимная индуктивность контуров.

• Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков N_1 и N_2), намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника; l – длина сердечника по средней линии; S – площадь сердечника.

• Коэффициент трансформации

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2},$$

где N, $\mathcal{E}$, I – соответственно число витков, э.д.с. и сила тока в обмотках трансформатора.

• Энергия магнитного поля, создаваемого током в соленоиде, по которому течет ток I:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

• Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

• Намагниченность

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{p}_{m_i}}{V},$$

где $\vec{P}_m = \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{p}_{m_i}$ – магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

• Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

• Связь между векторами $\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{J}$

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{J} \right),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

• Связь между относительной магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества

$$\mu = 1 + \chi.$$

• Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$)

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \left(I + I' \right),$$

где $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура; B_l – составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной контура L произвольной формы; I и I' – соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых заданным контуром.

- Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I,$$

где I – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром L.

3.2. Примеры решения задач

Задача 3.2.1

По двум бесконечно длинным параллельным проводникам, расстояние между которыми $d = 20$ см, текут токи $I_1 = 40$ мА, $I_2 = 80$ мА в одном направлении. Определить магнитную индукцию B в точке А, удаленной от первого проводника на расстоянии $r_1 = 12$ см и от второго на $r_2 = 16$ см.

Дано:
$d = 20$ см $= 0{,}2$ м;
$I_1 = 40$ А, $I_2 = 80$ А;
$r_1 = 12$ см $= 0{,}12$ м, $r_2 = 16$ см $= 0{,}16$ м.

Определить: B.

Решение.

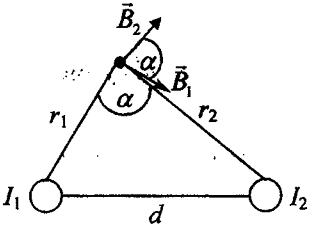

Рисунок 3.2.1

Магнитная индукция поля бесконечно длинного прямолинейного проводника

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r}.$$

Определяем магнитную индукцию в точке А, создаваемую токами I_1 и I_2.

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 40}{2\pi 0{,}12} = 66{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ Тл} =$$
$= 66{,}7$ мкТл;

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot r_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{2\pi \cdot 0{,}16} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 100 \text{ мкТл},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Общее значение магнитной индукции B равно геометрической сумме $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Он равен углу между радиусами r_1 и r_2.

Согласно теореме косинусов

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha,$$

откуда

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2} = \frac{0{,}12^2 + 0{,}16^2 - 0{,}2^2}{2 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}16} = 0.$$

Тогда

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{66{,}7^2 + 100^2} = 120 \text{ мкТл}.$$

Ответ: $B = 120$ мкТл.

Задача 3.2.2

Электрон, обладая скоростью $v = 10^6$ м/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60°$ к направлению вектора $\vec{B}$ и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1{,}5$ кА/м. Определить: 1) шаг спирали h; 2) радиус витка спирали R.

Дано:
$v = 10^6$ м/с;
$\alpha = 60°$;
$H = 1{,}5$ кА/м $= 1500$ А/м.

Определить: 1) h; 2) R.

Решение.

На электрический заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$F = Q\left[\vec{V}, \vec{B}\right], \qquad (1)$$

где $Q = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона.

Согласно 2-му закону Ньютона эту силу можно записать как

$$F = ma_ц = m\frac{V_\perp^2}{R}, \qquad (2)$$

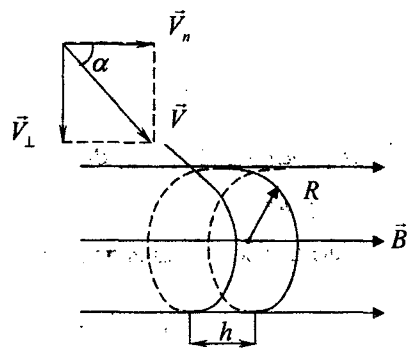

Рисунок 3.2.2

где m – масса электрона; $a_ц = \dfrac{V_\perp^2}{R}$ – центростремительное ускорение; $V_\perp = V\sin\alpha$ – составляющая скорости в направлении перпендикулярном вектору $\vec{B}$.

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим

$$\frac{mV_\perp^2}{R} = eV_\perp B,$$

откуда

$$R = \frac{mV_\perp}{eB} = \frac{mV\sin\alpha}{e\mu_0 H} = \frac{0{,}911\cdot 10^{-30}\cdot 10^{6}\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1500} = 2{,}61\cdot 10^{-3}\ \text{м} = 2{,}61\ \text{мм}.$$

Шаг винта равен

$$h = V_\parallel T,$$

где $V_\parallel = V\cdot\cos\alpha$ – составляющая скорости в направлении, параллельном вектору $\vec{B}$;

$T = \frac{2\pi R}{V_\perp}$ – период вращения электрона.

Подставив значение для периода в выражение для шага, получим

$$h = V_\parallel \frac{2\pi R}{V_\perp} = \frac{V\cos\alpha\cdot 2\pi R}{V\sin\alpha} = \frac{2\pi R}{tg\alpha} = \frac{2\cdot\pi\cdot 2{,}61}{\sqrt{3}} = 9{,}47\ \text{мм}.$$

Ответ: 1) $h = 9{,}47$ мм; 2) $R = 2{,}61$ мм.

Задача 3.2.3

Катушка длиной l = 50 см и диаметром d = 5 см содержит N = 200 витков. По катушке течет ток I = 1 А. Определить: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь её поперечного сечения.

Дано:
l = 50 см = 0,5 м;
d = 5 см = 0,05 м;
N = 200;
I = 1 А.

Определить: 1) L; 2) Φ.

Решение.

Магнитная индукция поля внутри катушки равна

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 200\cdot 1}{0{,}5} = 5{,}03\cdot 10^{-4}\ \text{Тл},$$

где $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Определяем магнитный поток

$$\Phi = BS = B\frac{\pi\cdot d^2}{4} = \frac{5{,}03\cdot 10^{-4}\cdot\pi\cdot 0{,}05^2}{4} = 987\cdot 10^{-9}\ \text{Вб} = 987\ \text{нВб}.$$

Определяем индуктивность катушки

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{200\cdot 987\cdot 10^{-9}}{1} = 197\cdot 10^{-6}\,\text{Гн} = 197\ \text{мкГн}.$$

Ответ: 1) L = 197 мкГн; 2) Φ = 987 нВб.

Задача 3.2.4

В однородном магнитном поле (B = 0,2 Тл) равномерно с частотой n = 600 об/мин вращается рамка, содержащая N = 1200 витков, плотно примыкающих друг к другу. Площадь рамки S = 100 см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции.

Определить максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке.

Дано:
B = 0,2 Тл;
n = 600 об/мин = 10 с$^{-1}$;
N = 1200;
S = 100 см^2 = 10^{-2} м^2.

Определить: $\mathscr{E}_{\max}$.

Решение.

При вращении рамки в магнитном поле в ней возникает переменная ЭДС индукции

$$\mathscr{E} = BS\omega \sin \omega t,$$

где $\omega = 2\pi n$ – циклическая частота.

ЭДС будет иметь максимальное значение при $\sin \omega t = 1$

$$\mathscr{E}_{\max} = BS\omega = 2\pi nBS .$$

Если рамка содержит N витков, тогда

$$\mathscr{E}_{\max} = 2\pi nBSN = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} \cdot 1200 = 151 \text{ В}.$$

Ответ: $\mathscr{E}_{\max}$ = 151 В.

4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. Основные формулы и определения

• Полное сопротивление цепи переменного тока из последовательно соединенных сопротивлений R, индуктивности L и емкости C

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(R_C - R_L\right)^2},$$

где $R_C = \dfrac{1}{\omega C}$ – реактивное емкостное сопротивление; $R_L = \omega L$ – реактивное индуктивное сопротивление.

• Сдвиг фаз между напряжением и силой тока

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}\right).$$

• Действующее значение тока и напряжения

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где I_m и U_m – соответствующие амплитуды тока и напряжения.

• Средняя мощность в цепи переменного тока

$$P_{cp} = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi,$$

где $\cos\varphi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$ – коэффициент мощности.

• Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{c}{n},$$

где $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ – скорость света в вакууме; $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ – показатель преломления среды.

• Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического и магнитного полей

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

• Уравнение бегущей плоской волны

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \quad \vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где k – волновое число; φ_0 – начальная фаза.

• Волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v},$$

где $\lambda = vT$ – длина волны; v – фазовая скорость волны.

• Уравнение стоячей волны

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos\omega t \cos kx, \quad \vec{H} = \vec{H}_m \cos\omega t \cos kx.$$

• Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

• Плотность потока электромагнитной энергии (Умова – Пойнтинга)

$$\vec{S} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right].$$

4.2. Примеры решения задач

Задача 4.2.1

В схеме на рисунке 4.2.1 найти амплитуду тока I_m, разность фаз между напряжением и током α, среднюю мощность $\langle P \rangle$, выделяющуюся на сопротивлении R. Изобразить векторную диаграмму напряжений.

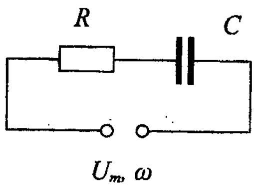

Рисунок 4.2.1

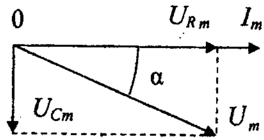

Рисунок 4.2.2

Дано: R, C, U_m, ω.

Определить: I_m, α, $\langle P \rangle$.

Решение.

Цепь содержит активное и емкостное сопротивления. Полное сопротивление такой цепи определяется из формулы

$$Z = \left(R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2\right)^{1/2},$$

не содержащей индуктивности. Амплитудное значение силы тока найдем из закона Ома для участка цепи:

$$I_m = U_m / Z .$$

Разность фаз α определим из формулы:

$$\cos\alpha = R/Z ,$$

что дает

$$\cos\alpha = R\Big/\sqrt{R^2 + (\omega C)^{-2}} .$$

Средняя мощность, выделяющаяся в цепи равна

$$\langle P \rangle = IU\cos\alpha = I_m U_m \cos\alpha/2 = RI_m U_m \Big/ 2\sqrt{R^2 + (\omega C)^{-2}} .$$

Векторная диаграмма изображена на рисунке 4.2.2.

Ответ: $\langle P \rangle = RI_m U_m \Big/ 2\sqrt{R^2 + (\omega C)^{-2}}$, $\cos\alpha = R\Big/2\sqrt{R^2 + (\omega C)^{-2}}$, $I_m = U_m / Z$.

Задача 4.2.2

Цепь переменного тока образована последовательно включенными активным сопротивлением R = 800 Ом, индуктивностью L = 1,27 Гн и емкостью C = 1,59 мкФ. На зажимы цепи подано 50-периодное действующее напряжение U = 127 В.

Найти: действующее значение силы тока I в цепи, сдвиг по фазе φ между током и напряжением, действующие значения напряжений U_R, U_L и U_C на зажимах каждого из элементов цепи, среднюю мощность $<P>$, выделяющуюся в цепи.

Дано:
$R = 800$ Ом, $L = 1{,}27$ Гн,
$C = 1{,}59$ мкФ, $\nu = 50$ Гц, $U = 127$ В

Определить: I, φ, U_R, U_L, U_C, $<P>$.

Решение.

Схема цепи подобна изображенной на рисунке 4.2.1, но к ней добавлена катушка индуктивности L. Полное сопротивление найдем по формуле:

$$Z = \left(R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2\right)^{1/2}.$$

Из закона Ома действующее значение тока связано с действующим значением напряжения как

$$I = U/Z = U\left(R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2\right)^{-1/2}.$$

Сдвиг по фазе ищется из формулы:

$$\cos\varphi = R/Z = R\left(R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2\right)^{-1/2}.$$

Напряжения на каждом элементе цепи определяются произведением силы тока на соответствующее сопротивление:

$$U_R = IR, \quad U_C = I/2\pi\nu C, \quad U_L = 2\pi\nu IL.$$

Средняя мощность, выделяемая в цепи, определяется формулой:

$$<P> = IU\cos\varphi.$$

Подставляя численные значения величин, получаем результат.

Ответ: $I = 71$ мА, $\varphi = -63°$, $U_R = 57$ В, $U_L = 28$ В, $U_C = 142$ В, $<P> = 4$ Вт.

Задача 4.2.3

В однородной и изотропной среде с $\varepsilon = 3$ и $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_m = 10$ В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля волны H_m и фазовую скорость волны v.

Дано: $\varepsilon = 3$, $\mu = 1$, $E_m = 10$ В/м.

Определить: H_m, v.

Решение.

Амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu_0\mu}H_m.$$

Поэтому

$$H_m = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon / \mu_0 \mu} E_m = 4{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}.$$

Фазовая скорость волны связана с показателем преломления как

$$v = c/n = c/\sqrt{\varepsilon\mu} = 1{,}71 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $H_m = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ А/м, $v = 1{,}71 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 4.2.4

В некоторой среде распространяется электромагнитная волна частоты ω.

Диэлектрическая проницаемость среды при частоте ω равна $\varepsilon = 2$, магнитная проницаемость практически равна единице. Найти вектор Пойнтинга $\vec{S}$ в той точке, в которой электрический вектор изменяется по закону $\vec{E} = 10\cos(\omega t + \alpha)\vec{e}_z$.

Вектор $\vec{H}$ колеблется вдоль оси x.

Дано: $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$, $\vec{E} = 10\cos(\omega t + \alpha)\vec{e}_z$.

Определить: $\vec{S}$.

Решение.

Как известно, вектор Пойнтинга равен векторному произведению напряженностей электрического и магнитного полей. Направления векторов $\vec{E}, \vec{H}, \vec{S}$ связаны правилом правого винта. Из условия следует, что направления колебаний первых двух векторов – оси z и x. Следовательно, направление вектора Пойнтинга совпадает с осью y. Кроме того, из выражения для $\vec{E}$ находим амплитуду $E_m = 10$ В/м. С учетом соотношения $\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_m = \sqrt{\mu_0 \mu} H_m$ и синфазности напряженностей полей, получаем

$$\vec{S} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right] = E_m H_m \cos^2(\omega t + \alpha)\vec{e}_y = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon / \mu_0 \mu} E_m^2 \cos^2(\omega t + \alpha)\vec{e}_y.$$

После подстановки численных значений величин получаем

$$\vec{S} = 0{,}38\cos^2(\omega t + \alpha)\vec{e}_y \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: $\vec{S} = 0{,}38\cos^2(\omega t + \alpha)\vec{e}_y$ Вт/м^2.

Задача 4.2.5

В вакууме распространяется вдоль оси x плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны $H_m = 0{,}05$ А/м. Определить: а) амплитуду напряженности электрического поля волны E_m; б) среднюю по времени плотность энергии волны $\langle w \rangle$; в) интенсивность волны I; г) давление, оказываемое волной на полностью поглощающую поверхность, нормальную скорости волны.

Дано: $H_m = 0{,}05$ А/м.

Определить: E_m, $\langle w \rangle$, I, p.

Решение.

Амплитуды напряженностей полей в электромагнитной волне связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu_0\mu}H_m.$$

Отсюда находим амплитуду напряженности электрического поля волны

$$E_m = \sqrt{\mu_0\mu/\varepsilon_0\varepsilon}H_m.$$

Среднюю по времени плотность энергии волны найдем, учтя обе составляющих поля:

$$\langle w\rangle = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \mu\mu_0 H_m^2/2,$$

где H – действующее значение напряженности магнитного поля в волне.

Интенсивность волны определяется произведением

$$I = \langle w\rangle c,$$

где c – скорость света в вакууме. Давление, оказываемое волной на полностью поглощающую поверхность, нормальную скорости волны, равно средней по времени плотности энергии волны, так как импульс волны полностью теряется. $p = \langle w\rangle$. После подстановки численных значений величин получаем результат.

Ответ: E_m = 18,8 В/м; $\langle w\rangle$ = 1,57 нДж/м^3; I = 0,47 Вт/м^2; p = 1,57 нПа.

5. ЗАДАЧИ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

1. Нарисуйте картину линий напряженности электростатического поля, созданного двумя точечными одноименными зарядами, и линий напряженности гравитационного поля, созданного двумя материальными точками. В чем физический смысл различий?

2. С какой силой F притягивались бы две одинаковые свинцовые дробинки радиусом r = 1 мм, расположенные на расстоянии R = 1 м друг от друга, если бы у каждого атома первой дробинки отняли по одному электрону и перенесли их на вторую дробинку? Молярная масса свинца M = 0,207 кг/моль, плотность ρ = 11,3 г/см^3.

3. Положительные точечные заряды q и $2q$ расположены на расстоянии l друг от друга. Каким должен быть заряд Q (по модулю и знаку) и в какой точке его надо расположить, чтобы все три заряда находились в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?

4. Четыре положительных заряда по 10^{-7} Кл каждый помещены в вершинах квадрата. Какой отрицательный заряд надо поместить в центр квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?

5. Три одинаковых одноименных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q противоположного знака нужно поместить в центре этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

6. В однородном электрическом поле, напряженность которого $E = 3 \cdot 10^4$ В/м, находится диполь длиной $l = 3{,}9 \cdot 10^{-11}$ м с зарядами, модуль которых равен модулю заряда электрона. Ось диполя составляет с направлением линий напряженности угол $\alpha = 30°$. Найдите вращающий момент, действующий на диполь.

7. На расстоянии $r = 10$ см от точечного заряда $q_0 = 10^{-3}$ Кл находится диполь, ось которого составляет 90° с направлением линий напряженности поля, созданного зарядом q_0. Модуль каждого из зарядов диполя $q = 10^{-8}$ Кл, длина диполя $l = 1$ см. Определите вращающий момент, действующий на диполь. Как установится диполь в поле заряда q_0? Какая сила будет действовать на него в этом случае?

8. На двух одинаковых капельках воды находится по одному лишнему электрону, причем сила электростатического отталкивания капелек уравновешивает силу их гравитационного притяжения. Каковы радиусы капелек?

9. Напряженность электрического поля Земли около поверхности в среднем равна 130 В/м. Какой заряд имела бы Земля, если бы напряженность поля около всей ее поверхности была бы равна этому значению?

10. Заряд q равномерно распределен по поверхности сферы радиусом R. Определите, как зависит напряженность поля E от расстояния r до центра сферы, и постройте график $E(r)$. Решите эту же задачу для двух концентрических сфер радиусами R и $2R$ и зарядами q и $-2q$ соответственно.

11. Шар радиусом R заряжен однородно с объемной плотностью ρ. Найдите напряженность поля E для точек внутри и вне шара как функцию расстояния r от центра шара. Диэлектрическую проницаемость вещества шара принять равной единице.

12. Бесконечная плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ. Определите напряженность поля в любой точке пространства. Решите эту задачу для двух параллельных плоскостей, заряженных разноименно с одинаковой и различной поверхностной плотностью. Постройте графики зависимости напряженности поля от расстояния до одной из плоскостей.

13. Определите напряженность поля E внутри и вне безграничного плоского слоя диэлектрика толщиной d, в котором равномерно распределен положительный заряд с объемной плотностью ρ.

14. На вертикальной пластине достаточно больших размеров равномерно распределен электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл/м^2. На прикрепленной к пластине нити подвешен маленький шарик массой $m = 1$ г, несущий заряд того же знака, что и пластина. Каков его заряд q, если нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30°$?

15. Чему равна напряженность поля в центре равномерно заряженного проволочного кольца, имеющего форму окружности радиусом R, если полный заряд кольца q? Как изменится результат, если из кольца вырезать кусок длиной $d \ll R$?

16. Вычислите напряженность поля на оси равномерно заряженного кольца радиусом R в зависимости от расстояния h до его центра. В какой точке на оси кольца напряженность поля имеет максимальное значение?

17. Точечный заряд q находится в центре тонкого кольца радиусом R, по которому равномерно распределен отрицательный заряд, равный по модулю q. Найдите модуль вектора напряженности электрического поля на оси кольца в точке, отстоящей от центра кольца на расстоянии h, если $h \geq R$.

18. Кольцо из тонкой проволоки разрывается, если на нем находится заряд q_0. Диаметр кольца и диаметр проволоки увеличили в три раза. При каком значении заряда кольцо разорвется?

19. Диск радиусом R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ. Определите напряженность поля E в точке, находящейся на перпендикуляре к диску, проходящем через его центр, на расстоянии h от диска. Что дает полученная формула в случаях: а) $R >> h$; б) $R << h$?

20. Полусфера радиусом R равномерно заряжена, поверхностная плотность заряда равна σ. Чему равна напряженность поля в центре полусферы?

21. Плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда σ. В середине плоскости имеется круглое отверстие, радиус которого r мал по сравнению с линейными размерами плоскости. Найдите напряженность электрического поля E в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости, проходящем через центр отверстия; расстояние от центра отверстия до исследуемой точки h.

22. Рассчитайте напряженность поля заряженной нити (длина l, линейная плотность заряда γ) в точке на перпендикуляре, восставленном из середины нити. Получите выражение для напряженности поля в предельных случаях очень большого и очень малого расстояния h нити до точки наблюдения.

23. Для равномерно заряженной нити длиной l с линейной плотностью заряда γ найдите модуль E напряженности поля в точках, лежащих на оси нити вне ее, как функцию расстояния r от центра нити. Исследуйте случай $r >> l$.

24. Расстояние между двумя параллельными длинными проволоками a = 14 см. Проволоки заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $\gamma = \pm 10^{-8}$ Кл/м. Определите напряженность поля в точке, удаленной на расстояние r = 10 см как от первой, так и от второй проволоки.

25. Напряженность поля внутри плоского воздушного конденсатора равна E, а заряд пластин равен $\pm q$. Какая сила действует на каждую пластину?

26. Бесконечно длинный тонкостенный цилиндр радиусом R равномерно заряжен с линейной плотностью γ. Определите напряженность поля как функцию r от оси цилиндра.

27. Какая сила действует на элемент поверхности бесконечно заряженной плоскости? Чему равна эта сила для сферы и для проводника произвольной формы, если площадь элемента dS, а поверхностная плотность заряда σ?

28. Положительные заряды $q_1 = 3\cdot10^{-7}$ Кл и $q_2 = 6\cdot10^{-5}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 3 м друг от друга. Какая работа совершается полем при сближении зарядов до расстояния 0,5 м?

29. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 5 см расположены точечные заряды, каждый из которых равен $6{,}6\cdot10^{-9}$ Кл. Определите работу электрических сил при перенесении заряда $3{,}3\cdot10^{-9}$ Кл из центра шестиугольника в середину одной из его сторон. Чему равна эта работа, если заряды равны между собой по модулю, но соседние заряды противоположны по знаку?

30. Два заряда $q_1 = 4\cdot10^{-7}$ Кл и $q_2 = -6\cdot10^{-7}$ Кл находятся на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Определите: а) напряженность поля в той точке, где потенциал поля равен нулю; б) потенциал той точки поля, где напряженность равна нулю (точки считать расположенными на прямой, проходящей через заряды).

31. Рассчитайте потенциал поля двух одноименных точечных зарядов q, расположенных на расстоянии l друг от друга, в зависимости от расстояния x вдоль линии, соединяющей заряды. Постройте график этой зависимости. Решите задачу для случая, когда заряды разноименные.

32. Какова работа по перемещению пробного заряда из бесконечности в данную точку (A, B) поля, созданного двумя равными по модулю разноименными точечными зарядами (рисунок 5.1)? Точки A и B расположены на перпендикуляре к прямой, соединяющей заряды, равноудаленном от них.

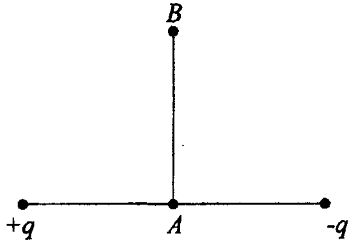

Рисунок 5.1

33. Диполь с электрическим моментом, значение которого равно $3\cdot10^{-10}$ Кл·м, свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью, равной 1500 В/см. Какую нужно совершить работу, чтобы повернуть диполь на 180°?

34. Определить напряженность и потенциал поля диполя с электрическим моментом $\vec{p}$ вдали от него в зависимости от расстояния r от центра диполя до точки наблюдения и угла θ между радиус-вектором $\vec{r}$ этой точки и осью диполя.

35. На прямой, соединяющей два заряда q и $-3q$, находящихся на расстоянии $d = 1$ м друг от друга, найдите точки, для которых напряженность $E = 0$ и потенциал $\varphi = 0$.

36. Поверхностная плотность заряда пластины бесконечно больших размеров равна 10^{-8} Кл/м^2. На каком расстоянии друг от друга находятся эквипотенциальные поверхности, если их потенциалы отличаются на 5 В?

37. Какой заряд надо поместить на изолированный металлический шар радиусом 1 м, чтобы потенциал поля стал равен 10^6 В? Проведите аналогичный расчет для шара радиусом 0,1 см. Почему в электростатических генераторах Ван-дер-Граафа применяют шары больших размеров, хотя тот же потенциал может быть сообщен меньшему шару при помощи меньшего заряда?

38. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 2\cdot10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается по линии напряженности на расстояние 2 см, при этом совершается работа $A = 5\cdot10^{-9}$ Дж. Определите поверхностную плотность заряда на плоскости.

39. На расстоянии $r_1 = 4$ см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 6\cdot10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается по линии напряженности на расстояние $r_2 = 2$ см, при этом совершается работа $A = 5\cdot10^{-6}$ Дж. Найдите линейную плотность заряда нити.

40. Цилиндр радиусом $R = 0{,}2$ см равномерно заряжен; линейная плотность заряда на цилиндре $\gamma = 5\cdot10^{-5}$ Кл/м. Какова разность потенциалов между поверхностью цилиндра и точкой А, равноудаленной от концов цилиндра, если расстояние между точкой А и осью цилиндра составляет $r = 0{,}6$ см?

41. Определите, как зависит потенциал поля кольца (радиус R, заряд q) на его оси от расстояния h от центра. Получите выражение для напряженности поля $E(h)$ как градиента потенциала $\varphi(h)$.

42. Определите, как зависит потенциал поля на оси тонкого заряженного диска (радиус R, заряд q) от расстояния h до его центра. Что дает полученная формула в предельных случаях $h \gg R$ и $h \ll R$? Найдите напряженность $E(h)$ как градиент потенциала $\varphi(h)$.

43. Можно ли проводящий шар радиусом 10 м зарядить до потенциала $2\cdot10^6$ В, если пробой воздуха при нормальном атмосферном давлении происходит при напряженности электрического поля $3\cdot10^6$ В/м?

44. Разность потенциалов между длинными коаксиальными цилиндрами ($R_1 = 3$ см и $R_2 = 10$ см), заряженными равными по модулю разноименными зарядами, равна $\Delta\varphi = 450$ В. Определите: а) линейную плотность заряда γ на цилиндрах; б) поверхностную плотность заряда на каждом цилиндре; в) напряженность вблизи внутренней поверхности внешнего цилиндра, на середине расстояния между цилиндрами и вблизи внешней поверхности внутреннего цилиндра.

45. Три точечных заряда q_1, q_2, q_3, расположены в вершинах равностороннего треугольника с длиной стороны a. Какова потенциальная энергия этой системы зарядов? Какова потенциальная энергия заряда q_1 (q_2 или q_3) в поле двух других зарядов?

46. Вычислите потенциальную энергию конфигурации зарядов (см. рис. 5.2). Расстояние между зарядами одинаково и равно a.

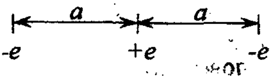

Рисунок 5.2

47. Найдите такое расположение одного протона и двух электронов на одной прямой, при котором потенциальная энергия системы зарядов равна нулю.

48. Вычислите собственную электростатическую энергию шара, радиусом R, заряженного с постоянной объемной плотностью, если полный заряд шара равен Q.

49. Ядра тяжелых атомов приближенно можно рассматривать как шары, заряженные с постоянной объемной плотностью $\rho = 1{,}3 \cdot 10^{25}$ Кл/м^3. Определите изменение собственной электростатической энергии, происходящее при делении ядра урана с зарядом $Q = 92e$ на два ядра-осколка с одинаковыми зарядами и радиусами R, которые разлетаются на большое расстояние друг от друга. Выразите ответ в джоулях и мегаэлектронвольтах.

50. Незаряженный металлический шар помещают в плоский конденсатор, заряженный до напряжения U. Каков потенциал шара относительно отрицательно заряженной пластины конденсатора, если расстояние от центра шара до этой пластины равно x?

51. Шарик радиусом 1 см заряжен до потенциала 300 В. Сколько электронов надо удалить с шарика для такой электризации? Насколько при этом уменьшается масса шарика?

52. Заряженный металлический шар (заряд q, радиус R) помещен внутрь незаряженного металлического шарового слоя (радиусы $2R$ и $3R$) так, что центры всех сферических поверхностей совпадают. Выясните, каков характер зависимостей $E(r)$ и $\varphi(r)$; постройте графики этих зависимостей; изобразите линии напряженности и эквипотенциальные поверхности.

53. Система состоит из двух концентрических проводящих сфер, причем на внутренней сфере радиусом R_1 находится положительный заряд q_1. Какой заряд q_2 следует поместить на внешнюю сферу радиусом R_2, чтобы потенциал внутренней сферы оказался равным нулю? Как будет зависеть при этом потенциал φ от расстояния r до центра системы? Изобразите примерный график этой зависимости.

54. Металлический шар радиусом R_1, имеющий потенциал φ_1, окружают сферической проводящей оболочкой радиусом R_2. Чему будет равен потенциал шара, если заземлить оболочку?

55. Из трех концентрических бесконечно тонких металлических сфер радиусами $R_1 < R_2 < R_3$, находящихся в вакууме, крайние заземлены, а средней сообщен заряд Q. Определите напряженность электрического поля во всем пространстве.

56. Определите потенциал незаряженного металлического шара радиусом r, расположенного на расстоянии d от точечного заряда q. Каким станет потенциал шара, если его заземлить? Какой заряд будет при этом на шаре?

57. Две плоские металлические пластины площадью S помещены в вакууме параллельно друг другу на небольшом расстоянии. Первая имеет заряд q_1, вторая – q_2. Вычислите поверхностные плотности заряда на обеих сторонах каждой пластины и напряженность поля между ними и во внешнем пространстве вблизи пластин.

58. Две широкие металлические пластины расположены параллельно друг другу на расстоянии d и их края соединены проводом. Между пластинами на расстоянии $d/3$ от одной из них натянута тонкая пленка, равномерно заряженная с поверхностной плотностью σ. Определите напряженности E_1 и E_2 поля вблизи пластин.

59. Точечный заряд q расположен на расстоянии a от большой металлической незаряженной пластины. Определите силу взаимодействия заряда и пластины, полный заряд на обеих сторонах пластины и поверхностную плотность заряда на пластине.

60. Небольшое облако, несущее заряд $q = 20$ Кл, находится на высоте $h = 1$ км над поверхностью Земли. Считая Землю проводником, определите напряженность поля, создаваемую этим зарядом на расстоянии $s = 3$ км от места, над которым находится облако. Кривизной поверхности Земли пренебречь.

61. Маленький уединенный металлический шарик зарядили положительным зарядом до потенциала 1 В, а затем внесли его внутрь металлической сферы, заряженной до потенциала 1000 В. В каком направлении будут перемещаться заряды при соприкосновении шарика с внутренней поверхностью сферы? Не противоречит ли это утверждению о том, что положительный заряд движется в поле от точки с более высоким потенциалом к точке с более низким потенциалом?

62. Полый металлический шар A, имеющий небольшое отверстие, заряжен положительно. Как известно, на внутренней поверхности такого шара заряды отсутствуют. Зарядится ли шар B, если соединить его проволокой с внутренней поверхностью шара A? Зарядится ли шар B, если вместо проволоки использовать маленький шарик: коснуться им внутренней поверхности шара A, а затем шара B, и повторить эту операцию много раз?

63. Два равных разноименных точечных заряда расположены на неизменном расстоянии друг от друга. Как изменится сила, действующая на заряды, и напряженность поля, если оба заряда окружить тонкими металлическими, изолированными от Земли оболочками, совпадающими с эквипотенциальными поверхностями; если эти оболочки соединить проводником?

64. Определите плотность связанных зарядов на поверхностях слюдяной пластинки толщиной 0,2 мм, служащей изолятором в плоском конденсаторе, заряженном до напряжения 400 В. Диэлектрическая проницаемость слюды равна 7,5.

65. У поверхности фарфоровой пластины напряженность поля в воздухе равна по модулю 200 В/см и образует с нормалью к поверхности угол 40°. Определите: а) угол между направлением вектора напряженности внутри пластины и нормалью к пластине; б) напряженность поля в фарфоре; в) плотность связанных зарядов на границе фарфор-воздух. Диэлектрическая проницаемость фарфора равна 6,0.

66. Диэлектрическая пластина толщиной l_2 с диэлектрической проницаемостью ε введена между обкладками плоского конденсатора. Между поверхностями пластины и обкладками конденсатора остались воздушные зазоры, суммарная толщина которых l_1. Определите силу притяжения F между пластинами, если разность потенциалов между ними равна U, а площадь пластин S.

67. В середину плоского конденсатора с поверхностной плотностью заряда σ на пластинах внесли диэлектрическую пластину толщиной b с диэлектрической проницаемостью ε. Найдите функции зависимости напряженности и потенциала поля от расстояния от отрицательно заряженной пластины. Расстояние между пластинами конденсатора равно $3b$. Вычислите плотность связанных зарядов на поверхности диэлектрика и его поляризованность.

68. Внутри шара из изотропного диэлектрика ($\varepsilon = 7$) создано однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10^4$ В/м. Какова максимальная поверхностная плотность связанных зарядов σ_{max}?

69. На металлическом шаре радиусом R имеется заряд Q. Шар концентрически окружён сферическим диэлектрическим слоем (диэлектрическая проницаемость ε) с внутренним радиусом $2R$ и внешним $3R$. Изобразите графически зависимости напряженности и потенциала поля от расстояния от центра шара. Вычислите поверхностную плотность заряда и суммарный заряд на внутренней и внешней поверхностях сферического слоя.

70. Длинный диэлектрический цилиндр круглого сечения поляризован так, что модуль вектора $P = \alpha \cdot r$, где α – положительная постоянная, r – расстояние от оси цилиндра. Найдите объемную плотность ρ' связанных зарядов как функцию расстояния r от оси.

71. При некоторых условиях поляризованность безграничной незаряженной пластины из диэлектрика имеет вид $P = P_0\left(1 - \dfrac{x^2}{d^2}\right)$, где P_0 – вектор, перпендикулярный пластине, x – расстояние от середины пластины, d – её полутолщина. Найти напряженность электрического поля внутри пластины и разность потенциалов между её поверхностями.

72. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом и напряженность электрического поля в зазоре равна E_0. Затем половину зазора заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью ε, как показано на рисунке 5.3. Найти модули векторов E и D в обеих частях зазора (1 и 2), если при введении диэлектрика: а) напряжение между обкладками не менялось; б) заряды на обкладках оставались неизменными.

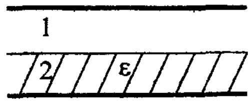

Рисунок 5.3

73. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом и напряженность электрического поля в зазоре равна E_0. Затем половину зазора заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью ε, как показано на рисунке 5.4. Найти модули векторов E и D в обеих частях зазора (1 и 2), если при введении диэлектрика: а) напряжение между обкладками не менялось; б) заряды на обкладках оставались неизменными.

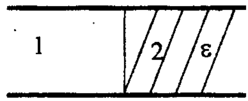

Рисунок 5.4

74. В широкий сосуд с жидкостью ставится вертикально плоский конденсатор так, что нижняя часть пластин конденсатора погружается в жидкость. Конденсатор подключен к батарее, которая поддерживает на обкладках конденсатора разность потенциалов U. Расстояние между пластинами конденсатора d, плотность жидкости ρ, диэлектрическая проницаемость ε. Жидкость несжимаема. На какую высоту поднимется жидкость? Поверхностным натяжением пренебречь.

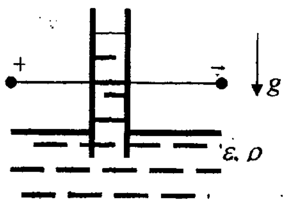

Рисунок 5.5

75. Одна из пластин незаряженного конденсатора сделана из частой сетки и лежит на поверхности жидкости с плотностью ρ и диэлектрической проницаемостью ε. Площадь каждой пластины S. На какую высоту поднимется уровень жидкости в конденсаторе, если сообщить ему заряд Q?

76. Пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε помещена в однородное электрическое поле так, что её нормаль составляет угол α с напряженностью E_0 этого поля. Найдите напряженность поля внутри этой пластины.

77. Два одинаковых конденсатора заполнены жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Конденсаторы соединены друг с другом параллельно и заряжены до разности потенциалов U. Как изменится разность потенциалов, если из одного конденсатора вытечет диэлектрик? Как изменится разность потенциалов в батарее из n одинаковых параллельно соединенных конденсаторов, заряженных до разности потенциалов U, если из одного конденсатора вытечет диэлектрик?

78. На обкладках плоского конденсатора размещены заряды $\pm q$. Зазор между обкладками заполнен веществом, диэлектрическая проницаемость которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении по закону $\varepsilon = \varepsilon_0(1+x/d)^{-1}$, где x – расстояние до положительной пластины, d – расстояние между пластинами. Найдите объемную плотность заряда как функцию от x. Площадь пластин S.

79. Батарея из n последовательно соединенных одинаковых конденсаторов заряжена до разности потенциалов U. Конденсаторы заполнены жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Как изменится разность потенциалов, если из k конденсаторов вытечет диэлектрик? Конденсаторы отсоединены от источника.

80. Внутри диэлектрика известны его поляризованность $\vec{P} = a(2x\vec{i} + 4y\vec{j} + 6z\vec{k})$ и напряженность поля $\vec{E} = \dfrac{a}{\varepsilon_0}(x\vec{i} + 2y\vec{j} + 3z\vec{k})$, где a – константа. Определите плотность связанных зарядов ρ' и плотность сторонних зарядов ρ внутри диэлектрика. Чему равна диэлектрическая проницаемость ε материала?

81. Диэлектрический шар радиусом R = 5 см заряжен равномерно с объемной плотностью заряда ρ = 10 нКл/м^3. Определите энергию электрического поля, заключенную в окружающем шар пространстве.

82. Сферический конденсатор состоит из двух концентрических сфер радиусами r_1 = 5 см и r_2 = 5,5 см. Пространство между обкладками заполнено маслом (ε = 2,2). Определите: 1) емкость этого конденсатора; 2) шар какого радиуса, помещенный в масло, обладает такой же емкостью?

83. Два шара, один радиусом R_1 = 5 см с зарядом q_1 = 0,80 нКл, другой радиусом R_2 = 10 см с зарядом q_2 = 2 нКл, соединяют длинной проволокой. Какой заряд переместится по ней? Чему будет равен общий потенциал шаров после соединения?

84. Заряженный до потенциала φ_1 = 300 В шар радиусом R_1 = 15 см соединили с незаряженным шаром длинной тонкой проволокой. После соединения потенциал шара оказался равным φ_2 = 100 В. Каков радиус второго шара?

85. Две плоские пластины площадью S = 200 см^2 каждая, заряженные равными по модулю зарядами, притягиваются в керосине с силой F = 2,5·10^{-2} Н. Расстояние между пластинами очень мало. Определите находящиеся на них заряды.

86. Плоский конденсатор имеет в качестве изолирующего слоя стеклянную пластинку толщиной d = 2 см и площадью S = 300 см^2. Конденсатор заряжен до разности потенциалов U = 100 В, после чего отключен от источника напряжения. Определите работу, которую нужно совершить, чтобы вынуть стеклянную пластинку из конденсатора (трение не учитывается).

87. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками плоского конденсатора вдвое? Начальная разность потенциалов U, а емкость конденсатора C. Рассмотрите два случая: а) источник напряжения отсоединен от конденсатора; б) конденсатор присоединен к источнику напряжения.

88. Два одинаковых металлических диска диаметром D = 0,1 м расположены параллельно друг другу и разделены парафинированной бумагой толщиной d = 2·10^{-4} м. Диски сдвинуты так, что центр одного из них находится против края другого (см. рисунок 5.6). Определите емкость такой системы.

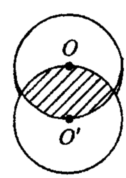

Рисунок 5.6

89. Между обкладками плоского конденсатора площадью $S = 500$ см^2 каждая находится металлическая пластинка такой же площади. Расстояние между обкладками конденсатора $d = 5$ см, толщина пластинки $d_1 = 1$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы извлечь эту пластинку из конденсатора, если он подключен к источнику, создающему на обкладках конденсатора напряжение $U = 100$ В?

90. Определите емкость плоского конденсатора, между обкладками которого находится стеклянная пластинка толщиной $d_1 = 10^{-4}$ м, покрытая с обеих сторон слоем парафина толщиной $d_2 = 2\cdot10^{-5}$ м. Площадь каждой обкладки конденсатора $S = 0{,}02$ м^2.

91. Батарея из двух последовательно соединенных конденсаторов с емкостями $C_1 = 300$ пФ и $C_2 = 500$ пФ заряжена до разности потенциалов 1200 В. Определите: а) разность потенциалов на первом и втором конденсаторах; б) заряд на обкладках.

92. Разность потенциалов 60 кВ на батарее из 5 последовательно соединенных конденсаторов емкостью 400 пФ каждый, поддерживают постоянной. При этом один из конденсаторов пробивается. Определите: а) изменение энергии этой батареи конденсаторов; б) энергию, которая выделяется при разряде батареи; в) работу источника напряжения.

93. Два длинных прямых провода с одинаковым радиусом сечения расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями равно b. Определите взаимную емкость проводов на единицу их длины при условии $b >> a$.

94. Длинный прямой провод расположен параллельно безграничной проводящей плоскости на расстоянии b от нее. Радиус сечения провода равен a. Определите взаимную емкость этой системы на единицу длины провода при условии $b >> a$.

95. Определите емкость системы, которая состоит из металлического шарика радиусом a и безграничной проводящей плоскости, отстоящей от центра шарика на расстоянии $b >> a$.

96. Уединенный шаровой проводник радиусом R_1 окружен прилегающим к нему концентрическим слоем однородного диэлектрика с проницаемостью ε и наружным радиусом R_2. Чему равна емкость этого проводника?

97. В схеме (рисунок 5.7) емкость батареи конденсаторов не изменяется при замыкании ключа. Определите емкость C_x (C – известная емкость).

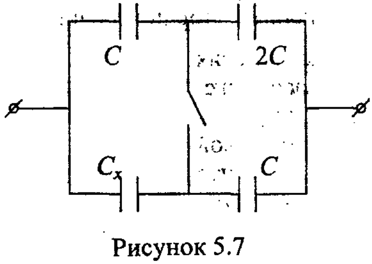

Рисунок 5.7

98. Чему равна емкость бесконечной цепи, которая образована повторением одного и того же звена, состоящего из двух одинаковых конденсаторов емкостью C (рисунок 5.8)?

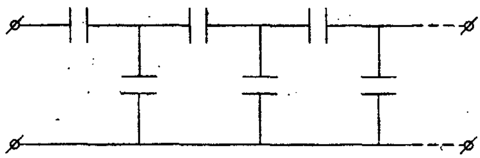

Рисунок 5.8

99. Проводящий заряженный шар радиусом a погружен в неорганическую однородную среду с проводимостью γ и диэлектрической проницаемостью ε. По какому закону $q(t)$ будет убывать со временем сообщенный шару заряд? Через какое время τ заряд уменьшится вдвое? Какова будет в этот момент плотность тока у поверхности шара?

100. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b. Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ. Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Рассмотреть случай, когда $b \to \infty$.

101. Зазор между пластинками плоского конденсатора заполнен неоднородной слабо проводящей средой, удельная проводимость которой меняется в направлении, перпендикулярном пластинам, по линейному закону от γ_1 = 1,0 пСм/м до γ_2 = 2,0 пСм/м. Площадь каждой пластины S = 230 см^2, ширина зазора d = 2,0 мм. Найти ток через конденсатор при напряжении в нём U = 300 В.

102. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с удельными сопротивлениями ρ_1 = 84 нОм·м и ρ_2 = 50 нОм·м прижаты торцами друг к другу. Найти заряд на границе данных проводников, если в направлении от 1 к 2 течет ток I = 50 А.

103. Смешанная батарея из большого числа (N = 300) одинаковых элементов, каждый с внутренним сопротивлением r = 0,3 Ом, подключена к резистору сопротивлением R = 10 Ом. Определите число параллельных групп, содержащих одинаковое число последовательно соединенных элементов, при котором на этом резисторе будет выделяться максимальная мощность.

104. Металлическому шару радиуса R сообщили заряд q. Шар поместили в бесконечную слабо проводящую среду с проводимостью γ и диэлектрической проницаемостью ε. Пренебрегая изменением заряда шара, найти : а) плотность тепловой мощности P_m, выделяющейся на расстоянии r от центра ($r > R$) ; б) полную тепловую мощность P, выделяющуюся в среде.

105. Плоский конденсатор с диэлектриком в виде парафиновой бумаги (ε = 2) через τ = 10 мин сохранил заряд $q = 0{,}1q_0$ (q_0 – начальный заряд). Предполагая, что утечка произошла только сквозь парафиновую бумагу, вычислить её удельное сопротивление.

106. Два чайника, каждый из которых потребляет при напряжении 220 В мощность 400 Вт, закипают при последовательном и при параллельном включении за одно и то же время. Чему равно сопротивление подводящих проводов?

107. Если вольтметр соединить последовательно с проводником сопротивлением $R = 10$ кОм, то при напряжении $U_0 = 120$ В он покажет $U_1 = 50$ В. Если соединить его последовательно с проводником неизвестного сопротивления R_x, то он при том же напряжении покажет $U_2 = 10$ В. Определите сопротивление R_x.

108. При силе тока 0,5 А напряжение на участке некоторой цепи равно 8 В. При силе тока 1,5 А напряжение на том же участке равно 20 В. Определите ЭДС, действующую на этом участке. Каким будет напряжение, если сила тока уменьшится до 0,1 А?

109. Три гальванических элемента с ЭДС $\mathscr{E}_1 = 1{,}3$ В, $\mathscr{E}_2 = 1{,}4$ В, $\mathscr{E}_3 = 1{,}5$ В и с внутренними сопротивлениями по $r = 0{,}3$ Ом каждый включены параллельно друг другу и замкнуты на резистор сопротивлением $R = 0{,}6$ В. Определите силу тока в каждом элементе.

110. Зарядка батареи аккумуляторов происходила при силе тока 3А. В конце зарядки присоединенный к батарее вольтметр показал напряжение 4, 25 В. В начале зарядки той же батареи при силе тока 4 А вольтметр показывал напряжение 3,9 В. Сопротивление вольтметра очень велико. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

111. Плотность тока $\vec{j}$ перпендикулярна плоскости раздела двух сред, удельная проводимость которых γ_1 и γ_2. Найдите поверхностную плотность заряда на этой плоскости.

112. Удельная проводимость среды зависит от координаты x по закону $\gamma = b(a + x)$. Как зависит от x плотность заряда при стационарной плотности тока j, направленной вдоль оси x?

113. Зонд, представляющий собой медную сетку, заземлен через сопротивление R и помещен в пучок электронов, скорость которых на большом расстоянии от зонда равна υ. Определите количество теплоты, выделяющееся за единицу времени при бомбардировке зонда электронами, если ток заземления равен I.

114. Пространство между двумя проводящими концентрическими сферами, радиусы которых a и b ($a > b$), заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ. Найти сопротивление межэлектродного промежутка.

115. Найти ток через резистор R_1 участка цепи, если $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом и потенциалы точек 1, 2, 3 равны $\varphi_1 = 10$ В, $\varphi_2 = 6$ В, $\varphi_3 = 5$ В.

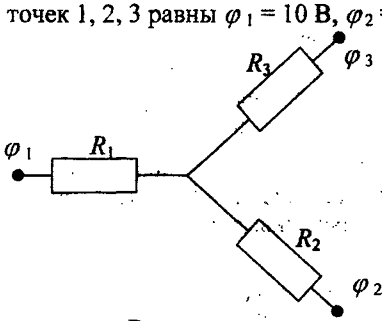

Рисунок 5.9

116. Какой шунт необходимо присоединить к гальванометру, имеющему шкалу на 100 делений с ценой деления 1 мкА и внутреннее сопротивление 180 Ом, чтобы им можно было измерить ток до 1 мА?

117. На рисунке 5.10 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3$, $R_1 = 48$ Ом, $R_2 = 24$ Ом, падение напряжения на резисторе R_2 равно 12 В. Пренебрегая внутренним сопротивлением элементов, определите: 1) силу тока на всех участках цепи; 2) сопротивление R_3.

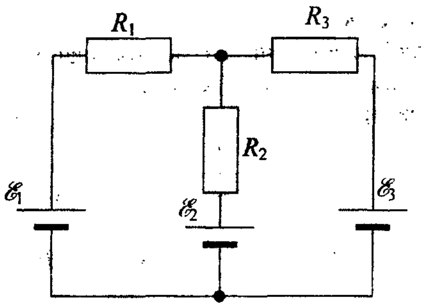

Рисунок 5.10

118. Пространство между электродами сферического конденсатора с радиусами R_1 и R_2 заполнено средой с удельным сопротивлением ρ. Какое количество тепла будет выделяться в единицу времени, если между электродами конденсатора поддерживается постоянная разность потенциалов U?

119. В изображенной схеме цепи определить заряд конденсатора с ёмкостью C. Параметры схемы (E_1, E_2, R_1, R_2, R_3, R_4, C) считать заданными, внутренним сопротивлением источников пренебречь.

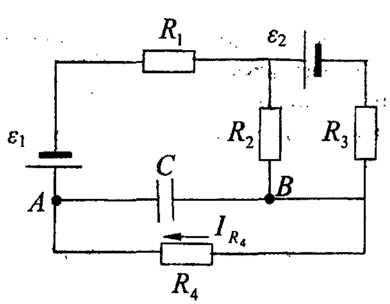

Рисунок 5.11

120. Два источника ($E_1 = 4$ В, $r_1 = 0{,}1$ Ом; $E_2 = 6$ В, $r_2 = 0{,}4$ Ом) соединили последовательно и замкнули на некоторый резистор. При каком сопротивлении этого резистора на одном из источников напряжение будет равно нулю?

121. Сила тока через резистор R меняется по закону $I = kt^2$, где k – заданная константа. Определите количество теплоты, выделившееся в резисторе за время τ от начала процесса.

122. К батарее через переменный резистор подключен вольтметр (последовательно с резистором). Если сопротивление резистора уменьшить в n раз, то показания вольтметра возрастут в m раз. Во сколько раз возрастут показания вольтметра по отношению к первоначальному, если сопротивление резистора уменьшить до нуля?

123. Сила тока через резистор увеличивается по закону $I = kt^2$, где k – заданная константа. Определите заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время τ от начала процесса.

124. В изображенной схеме цепи определить токи через резисторы R_1, R_2, R_3, R_4. Параметры схемы (E_1, E_2, R_1, R_2, R_3, R_4) считать заданными, внутренним сопротивлением источников пренебречь.

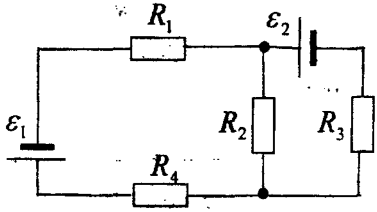

Рисунок 5.12

125. Металлический шар (R = 3 см) опущен наполовину в керосин. Каков его заряд, если он заряжен до потенциала φ = 1800 В?

126. Постоянный ток равномерно распределен по сечению цилиндрического проводника. Плотность тока равна j. Какова циркуляция вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ по трем контурам L_1, L_2, L_3, представляющим собой окружности, расположенные в плоскости, перпендикулярной проводнику (см. рисунок 5.13)?

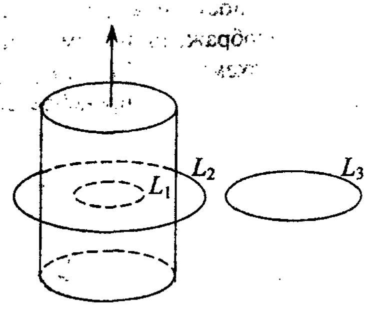

Рисунок 5.13

127. Как изменится индукция магнитного поля внутри и вне медной трубы при увеличении силы тока в трубе в 2 раза?

128. Из куска изолированной проволоки сделан круговой виток радиусом R и подключен к источнику тока с постоянной ЭДС $\mathscr{E}$. Как изменится напряженность магнитного поля в центре круга, если из того же куска проволоки сделать два прилегающих друг к другу витка радиусом $R/2$ с общим центром?

129. В прямолинейном проводнике сила тока I = 12 А. Определите напряженность магнитного поля в точке, равноудаленной от концов проводника длиной l и находящейся на расстоянии a = 8 см от оси проводника. Рассмотрите случаи: а) l = 20 см; б) $l >> a$.

130. В круговом витке радиусом $R = 100$ мм из тонкого провода сила тока $I = 1$ А. Чему равна магнитная индукция: а) в центре витка; б) на оси витка в точке, находящейся от его центра на расстоянии $x = 100$ мм?

131. Определите напряженность магнитного поля H в центре равностороннего треугольника со стороной a, если сила тока в треугольнике равна I.

132. Какова напряженность магнитного поля H в центре равностороннего треугольника из однородной проволоки, если источник ЭДС подключен к двум вершинам треугольника? Поле подводящих проводов не учитывать.

133. Медный провод диаметром $d = 2{,}5$ мм без изоляции может выдержать без перегрева силу тока $I = 50$ А. Какова магнитная индукция В у поверхности провода при таком токе?

134. Прямой бесконечный провод имеет круговую петлю радиусом $R = 8$ см. Определите силу тока в проводе, если известно, что напряженность магнитного поля в центре петли $H = 100$ А/м (см. рисунок 5.14).

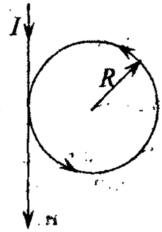

Рисунок 5.14

135. Топограф пользовался компасом под линией электропередачи, сила тока в которой равна 100 А. Сильно ли отразится это на показаниях компаса, если расстояние от него до линии электропередачи 6 м, а горизонтальная проекция напряженности земного магнитного поля равна 14 А/м?

136. Сила тока в цилиндрическом проводе радиусом $R = 2$ см и длиной $l = 3$ м равна $I = 50$ А. Определите: а) напряженность магнитного поля в точках, отстоящих от оси провода на расстояниях $r_1 = 0{,}5$ см и $r_2 = 5$ см; б) магнитный поток, пронизывающий одну из половин осевого сечения провода.

137. Ток идет по полой тонкостенной трубе радиусом $R = 5$ см и возвращается по сплошному проводнику радиусом $r = 1$ мм, расположенному по оси трубы. Длина трубы $l = 20$ м. Сила тока $I = 20$ А. Пространство между сплошным проводом и трубой заполнено диэлектриком. Определите магнитный поток, пронизывающий диэлектрик.

138. В медной трубе, внутренний и внешний радиусы которой равны соответственно R_1 и R_2, сила тока равна I_0. Предполагая, что плотность тока по сечению трубы одинакова, определите зависимость напряженности магнитного поля от расстояния до оси трубы для точек внутри трубы и вне трубы. Постройте график $H(r)$.

139. Медный провод, площадь поперечного сечения которого $S = 2$ мм^2, согнут в виде трех сторон квадрата и может вращаться относительно горизонтальной оси. Провод находится в однородном магнитном поле, индукция которого направлена вертикально. При силе тока $I = 10$ А он отклоняется на угол $\alpha = 15°$. Определите индукцию магнитного поля.

140. По медному стержню массой $m = 0{,}14$ кг, лежащему поперек двух рельсов, расположенных друг от друга на расстоянии $l = 0{,}3$ м, проходит ток. Коэффициент трения скольжения стержня по рельсам $\mu = 0{,}6$. Система помещена в магнитное поле с индукцией, перпендикулярной плоскости, в которой расположены рельсы. Определите минимальное значение индукции магнитного поля, при котором проводник начнет скользить по рельсам, если сила тока $I = 50$ А.

141. Два длинных параллельных провода с пренебрежимо малым сопротивлением замкнуты с одного конца на проводник сопротивлением R, а с другого конца подключены к источнику постоянного напряжения. Расстояние между осями проводов в $\eta = 20$ раз больше радиуса сечения каждого провода. При каком значении сопротивления R результирующая сила взаимодействия проводов обратится в нуль?

142. В кольце радиусом $R = 4{,}37$ см, расположенном горизонтально, сила тока $I = 5$ А. Кольцо, находясь в магнитном поле, меняющемся с высотой, остается неподвижным. Определите градиент индукции магнитного поля в месте расположения кольца. Масса кольца $m = 10$ г.

143. Два иона, имеющие одинаковый заряд и прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион движется по дуге окружности радиусом 5 см, второй – по дуге окружности радиусом 2,5 см. Определите отношение масс ионов.

144. Линии напряженности однородно электрического поля ($E = 300$ В/м) и линии индукции магнитного поля ($B = 10^{-4}$ Тл) взаимно перпендикулярны. Какой должна быть скорость электрона по модулю и направлению, чтобы его движение в этих полях было прямолинейным и равномерным?

145. Траектория пучка электронов, движущихся в вакууме в магнитном поле с напряженностью $5{,}56 \cdot 10^3$ А/м, окружность с радиусом 3 см. Определите скорость и энергию электронов, период их обращения и момент импульса.

146. Протон, ускоренный разностью потенциалов $U = 500$ кВ, пролетает однородное магнитное поле с индукцией, линии которой перпендикулярны чертежу (рисунок 5.15); $B = 0{,}51$ Тл. Толщина области с полем $d = 10$ см. Найти угол отклонения протона от первоначального направления движения.

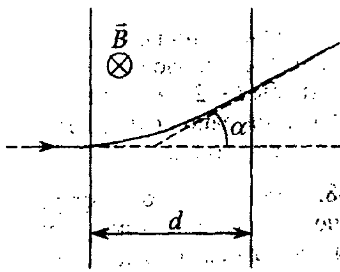

Рисунок 5.15

147. Электрон, обладающий скоростью $\vec{v}$, движется в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярной к его скорости. Найдите момент импульса L и магнитный момент p_m электрона.

148. Серпуховский ускоритель протонов дает частицы с энергией $W = 76$ ГэВ. Если отвлечься от наличия ускоряющих промежутков, можно считать, что ускоренные протоны движутся по окружности радиусом $R = 236$ м и удерживаются на ней магнитным полем, индукция которого перпендикулярна плоскости орбиты. Определите модуль индукции этого магнитного поля.

149. Протон и электрон с одинаковой кинетической энергией W_c влетают в однородное магнитное поле с индукцией B перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить отношение радиусов окружностей, которые будут описывать электрон и протон. Масса протона равна m_p, масса электрона равна m_e, заряд электрона равен e.

150. Электрон влетает в однородное магнитное поле с магнитной индукцией B под некоторым углом к силовым линиям поля. Радиус спирали R. Определить скорость электрона v и угол α между векторами скорости $\vec{v}$ и магнитной индукции B. Отношение заряда электрона к его массе равно e/m.

151. Какой магнитный поток создает катушка из 1000 витков, имеющая индуктивность 5 Гн, если сила тока в катушке 0,6 А?

152. Какой длины надо взять тонкий провод, чтобы изготовить соленоид длиной $l = 100$ см с индуктивностью $L = 1$ мГн, если диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины?

153. Двухпроводная линия состоит из двух медных проводов радиусом $r = 1$ мм. Расстояние между осями проводов $d = 5$ см. Определите индуктивность единицы длины такой линии.

154. На один сердечник намотаны две катушки, индуктивности которых соответственно равны $L_1 = 75$ Гн и $L_2 = 0{,}7$ Гн. Если катушки соединить так, что токи в них пойдут в противоположных направлениях, то индуктивность всей системы станет равной нулю. Найдите коэффициент взаимной индукции системы.

155. На длинный цилиндр намотаны вплотную две обмотки 1, 1′ и 2, 2′ (рисунок 5.16). Индуктивности обмоток одинаковы: $L_1 = L_2 = 0{,}05$ Гн. Какой будет индуктивность системы, если: а) концы 1′ и 2′ соединить, а в цепь включить концы 1 и 2; б) концы 1 и 2′ соединить, а в цепь включить концы 1′ и 2; в) концы 1′ и 2′ соединить и обе пары включить в цепь?

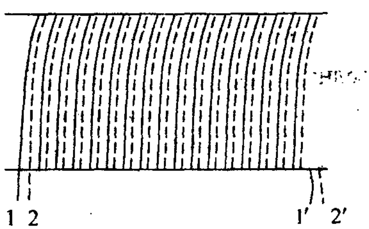

Рисунок 5.16

156. Определить энергию магнитного поля коаксиального кабеля с током I_1, приходящуюся на единицу длины кабеля. Радиус центрального провода R_1, радиус оболочки R_2. Магнитным полем внутри провода пренебречь.

157. Определить энергию магнитного поля, локализованного внутри бесконечно длинного цилиндрического проводника с током I, приходящуюся на единицу его длины. Плотность тока по сечению проводника постоянна.

158. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл вращается квадратная рамка со стороной $a = 20$ см, состоящая из $N = 100$ витков медного провода с площадью поперечного сечения $S = 1$ мм^2. Максимальное значение силы индукционного тока в рамке $I_m = 2$ А. Определите частоту вращения рамки.

159. В переменном магнитном поле находится короткозамкнутая катушка сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 0{,}02$ Гн. При изменении магнитного потока, пронизывающего катушку, на $\Delta\Phi = 10^{-3}$ Вб сила тока в катушке изменяется на $\Delta I = 2\cdot10^{-3}$ А. Какой заряд прошел при этом по виткам катушки?

160. В цепи, изображенной на рисунке 5,17, $R = 10$ Ом, $L = 58$ мГн. Через какое время после замыкания ключа сила тока в цепи достигнет значения, равного половине установившейся силы тока?

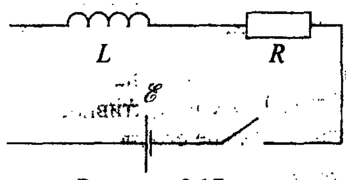

Рисунок 5.17

161. Катушка сопротивлением 0,7 Ом и индуктивностью 0,2 Гн попадает на 0,3 с под напряжение 100 В. Как изменится при этом температура медного провода катушки, если его масса 2,5 кг, а изоляция не успевает нагреться?

162. На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения $D = 5$ см и содержащий $n = 20$ витков на единицу длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением $S = 1$ мм^2. Найдите силу тока в витке, если сила тока в обмотке соленоида увеличивается с постоянной скоростью $\frac{dI}{dt} = 100$ А/с. Индуктивностью витка пренебречь.

163. Проводник длиной l перемещается со скоростью $\vec{v}$ вдоль металлических рельсов, подключенных к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$. Чему равна сила тока в цепи, если её сопротивление R? Получите ответ, используя закон сохранения энергии.

164. В длинном проводнике сила тока I. В магнитное поле, созданное этим током, помещают проволочную квадратную рамку сопротивлением R, со стороной a. Центр рамки находится на расстоянии r_0 от проводника с током. Нормаль к плоскости рамки и вектор индукции магнитного поля образуют угол $\alpha = 0°$. Какой заряд пройдет по рамке за время изменения силы тока в проводнике от первоначального значения I до нуля? (магнитным полем индукционного тока в рамке пренебречь).

165. Прямоугольная рамка со сторонами a и b движется равномерно со скоростью v в направлении, перпендикулярном к бесконечно длинному прямому проводнику с током, лежащему в плоскости рамки параллельно стороне b. Сила тока в проводнике равна I. Найдите ЭДС $\mathcal{E}$, индуцируемую в рамке, и определите направление индукционного тока. Расстояние от рамки до проводника в начальный момент времени равно l.

166. Рамка с током помещена в центре на оси соленоида, радиус витков которого $R = 0{,}1$ м, длина $L = 0{,}5$ м, число витков $N = 500$. Чему равен максимальный вращающий момент, действующий на рамку, если ток соленоида $I = 1$ А, а магнитный момент рамки $p_m = 10$ А·м^2. Радиус рамки много меньше радиуса соленоида.

167. Проводящий стержень длиной l вращается в однородном магнитном поле с индукцией B с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его край. Плоскость вращения стержня перпендикулярна вектору магнитной индукции. Определить величину и знак ЭДС индукции в стержне.

168. Внешняя цепь переменного тока ($\nu = 50$ Гц) состоит из активного ($R = 10$ Ом) и индуктивного сопротивлений ($L = 10^{-2}$ Гн). Чему равно падение напряжения на индуктивности в момент, когда напряжение на активном сопротивлении вдвое меньше его максимального значения $U_{R\,\text{макс}} = 6$ В?

169. Сила тока в проводнике меняется по закону $I = I_0 \sin^2\omega t$, где $I_0 = 5$А, $\omega = 100\pi$ с$^{-1}$. Определить количество электричества, прошедшее за 2 с.

170. Вольтметр, подключенный параллельно индуктивности и емкости, показывает нуль при значении $C = 15$ мкФ. Найти значение индуктивности, если частота $\nu = 50$ Гц.

171. Разность потенциалов на концах катушки равна U_0, когда через нее идет постоянный ток I_0. При включении катушки в цепь переменного тока ($\nu = 50$ Гц) получаются соответственно значения U и I. Определить коэффициент самоиндукции катушки.

172. Внешняя цепь переменного тока состоит из последовательно включенных активного сопротивления R, емкости C и индуктивности $L = 10^{-2}$ Гн. Как подобрать сопротивление конденсатора, чтобы напряжение на индуктивности в три раза превышало внешнее напряжение?

173. Плоская синусоидальная электромагнитная волна распространяется в направлении оси x. Определить, какая энергия будет перенесена ею через площадку $S = 10$ см^2, расположенную перпендикулярно оси x, за время 15 мин. Период волны $T << t$. Амплитуда напряженности электрического поля $E_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ В/м, амплитуда напряженности магнитного поля $H_0 = 2 \cdot 10^{-14}$ А/м.

174. Скорость распространений электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 20% после того, как пространство между внешними и внутренними проводниками заполнили диэлектриком. Определить относительную диэлектрическую восприимчивость диэлектрика.

175. Катушка длиной l = 50 см и площадью поперечного сечения S = 10 см^2 включена в цепь переменного тока частотой ν = 50 Гц. Число витков катушки N = 3000. Найти активное сопротивление катушки, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током равен 60°.

176. Колебательный контур имеет емкость $1{,}1 \cdot 10^{-9}$ Ф и индуктивность $5 \cdot 10^{-3}$ Гн. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За сколько времени потеряется вследствие затухания 99% энергии контура.

177. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением 440 В и частотой 50 Гц. Какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток в 0,5 А и падение потенциала на лампочке было равно 110 В?

178. В цепь переменного тока напряжением 220 В включены последовательно емкость C, активное сопротивление R и индуктивность L. Найти падение напряжения U_R на омическом сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 2U_R$ и падение напряжения на индуктивности $U_L = 3U_R$.

179. К источнику переменного напряжения $U = 300\sin 200\pi t$ подключены последовательно катушка индуктивностью L = 0,5 Гн, конденсатор емкостью C = 10 мкФ, активное сопротивление R = 100 Ом. Определить амплитудное значение силы тока, сдвиг фаз между током и напряжением, коэффициент мощности и потребляемую мощность.

180. При включении катушки в цепь постоянного тока с напряжением U_1 = 12 В амперметр показал силу тока I = 4 А. При включении той же катушки в цепь переменного тока с частотой ν = 50 Гц и напряжением U_2 = 12 В амперметр показал I_2 = 2,4 А. Определить индуктивность катушки. Чему будет равна активная мощность тока в цепи, если последовательно с катушкой включить конденсатор емкостью C = 394 мкФ? Нарисовать векторную диаграмму для этого случая.

181. Судовая радиолокационная станция излучает n = 1000 импульсов в секунду с длиной волны λ = 3 см. Продолжительность импульса Δt = 0,3 мкс, а мощность P = 1 кВт. Найти энергию одного импульса, среднюю мощность станции и глубину разведки локатора.

182. Электромагнитная волна с частотой ν = 3 МГц переходит из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью ε = 4. Найти приращение ее длины волны.

183. Токоприемник с индуктивностью, полное сопротивление которого Z = 10 Ом и $\cos\varphi$ = 0,6, подсоединен к цепи переменного тока с частотой ν = 50 Гц. Определить емкость конденсаторов, которые нужно присоединить параллельно приемнику для повышения коэффициента мощности в цепи до величины 0,8.

184. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и катушки индуктивностью $5{,}07 \cdot 10^{-3}$ Гн. Определить: 1) при каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за 10^{-3} сек уменьшится в три раза; 2) чему при этом равно сопротивление контура?

185. Колебательный контур состоит из индуктивности в 10^{-2} Гн, емкости в 0,405 мкФ и сопротивления 2 Ом. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода.

186. Катушка, индуктивность которой $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 100$ см^2 и расстояние между ними $d = 0,1$ мм. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур резонирует на волну длиной 750 м?

187. Два конденсатора емкостью $C_1 = 0,2$ мкФ и $C_2 = 0,1$ мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Найти: 1) силу тока в цепи; 2) падение потенциала на первом и втором конденсаторах.

188. Параметры колебательного контура имеют значения: $C = 1$ нФ, $L = 6$ мкГн, $R = 0,5$ Ом. Какую мощность P нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе $U_m = 10$ В?

189. Собственная частота колебаний некоторого контура $\nu_0 = 8$ кГц, добротность контура $Q = 72$. В контуре возбуждают затухающие колебания. Найти закон убывания запасенной в контуре энергии W со временем t. Какая часть первоначальной энергии W_0 сохранится в контуре по истечении времени $\tau = 1$ мс?

190. Конденсатор емкости C заряжается от напряжения U_0 и замыкается на катушку с индуктивностью L. Чему равна амплитуда I_0 силы тока в колебательном контуре? Активным сопротивлением контура пренебречь.

191. Замкнутый контур в виде рамки площадью $S = 60$ см^2 равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл, делая в секунду $n = 20$ оборотов. Ось вращения и направление поля взаимно перпендикулярны. Определить амплитудное $\mathcal{E}_m$ и действующее $\mathcal{E}$ значения э.д.с. в контуре.

192. Переменное напряжение, действующее значение которого $U = 220$ В, а частота $\nu = 50$ Гц, подано на катушку без сердечника с индуктивностью $L = 31,8$ мГн и активным сопротивлением $R = 10$ Ом. Найти количество тепла Q, выделяющееся в катушке за секунду. Как изменится Q, если последовательно с катушкой включить конденсатор емкости $C = 31,9$ мкФ.

193. Колебательный контур радиоприемника состоит из катушки с индуктивностью $L = 1$ мГн и переменного конденсатора. Может изменяться в пределах от 9,7 до 92 пФ. В каком диапазоне длин волн может принимать радиостанции этот приемник?

194. Активное сопротивление колебательного контура $R = 0,33$ Ом. Какую мощность P потребляет контур при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой силы тока $I_m = 30$ мА?

195. Параметры некоторого колебательного контура имеют значения: $C = 4$ мкФ, $L = 0,1$ мГн, $R = 1$ Ом. Чему равна добротность контура Q?

196. Добротность некоторого колебательного контура $Q = 10$. Определить, на сколько процентов отличается частота свободных колебания контура ω от собственной частоты контура ω_0. (Найти $(\omega_0 - \omega_0) / \omega_0$).

197. В изотропной среде с показателем преломления n распространяется плоская электромагнитная волна (векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ известны) с частотой ω. Определить волновой вектор $\vec{k}$.

198. Выразить модуль напряженности электрического поля E плоской волны через модуль вектора Пойнтинга и диэлектрическую проницаемость среды ε. (Принять $\mu = 1$).

199. Какая энергия передается поглощающей стенке площади S за время τ при нормальном падении на нее плоской электромагнитной волны с амплитудой E_m и частотой $\omega \gg \tau^{-1}$? (Считать ε и μ вещества стенки заданными).

200. Найти давление электромагнитной волны с амплитудой E_m на стенку, полностью поглощающую излучение. (Волна падает по нормали к стенке).

201. Плоская электромагнитная волна с интенсивностью I падает на стенку под углом θ к ее нормали. Найти давление, оказываемое волной на стенку в случае зеркального отражения волны.

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

$R_З$	$6{,}37\cdot10^{6}$ м	радиус Земли
g	$9{,}81$ м/с^2	нормальное ускорение свободного падения
N_A	$6{,}02\cdot10^{-2323}$ моль$^{-1}$	постоянная Авогадро
μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Г/м	магнитная постоянная
ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м	электрическая постоянная
c	$3\cdot10^{8}$ м/с	скорость света в вакууме
e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл	заряд электрона
m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг	масса покоя электрона
m_p	$1{,}672\cdot10^{-27}$ кг	масса покоя протона
e/m_e	$1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг	удельный заряд электрона
F	$9{,}6\cdot10^{4}$ Кл/моль	число Фарадея
R	$8{,}31$ Дж/(моль·К)	универсальная газовая постоянная
k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К	постоянная Больцмана

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. Т. 2. – М.: Высшая школа, 1977. – 375 с.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1978. – 480 с.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1998. – 542 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Кульков Виктор Геннадьевич,
Бебяков Анатолий Николаевич,
Жихарева Марина Геннадьевна,
Мельников Валентин Петрович,
Кулешина Светлана Васильевна

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие

Редактор *Халдеева Г.П.*
Компьютерная верстка *Юриной В.В.*

Изд. лиц. № 03542 от 10.12.2000.
Подписано в печать 25.07.2005. Формат $60\times90_{1/16}$.
Печать ризографическая. Усл. печ. л. 3,5. Тираж 100 экз. Заказ № 217.

Издатель Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском
404110, г. Волжский, пр. Ленина, 69.
Отпечатано Филиал ГОУ ВПО «МЭИ (ТУ)» в г. Волжском
404110, г. Волжский, пр. Ленина, 69.